Musterlösung zur

Abschlussprüfung 2002

an den Realschulen in Bayern

Aufgabe A 2

2. Trapez EFGH mit $\overline{EF} = 20{,}0m$

$\overline{EH} = 15{,}0m$

$\angle FEH = 90°$

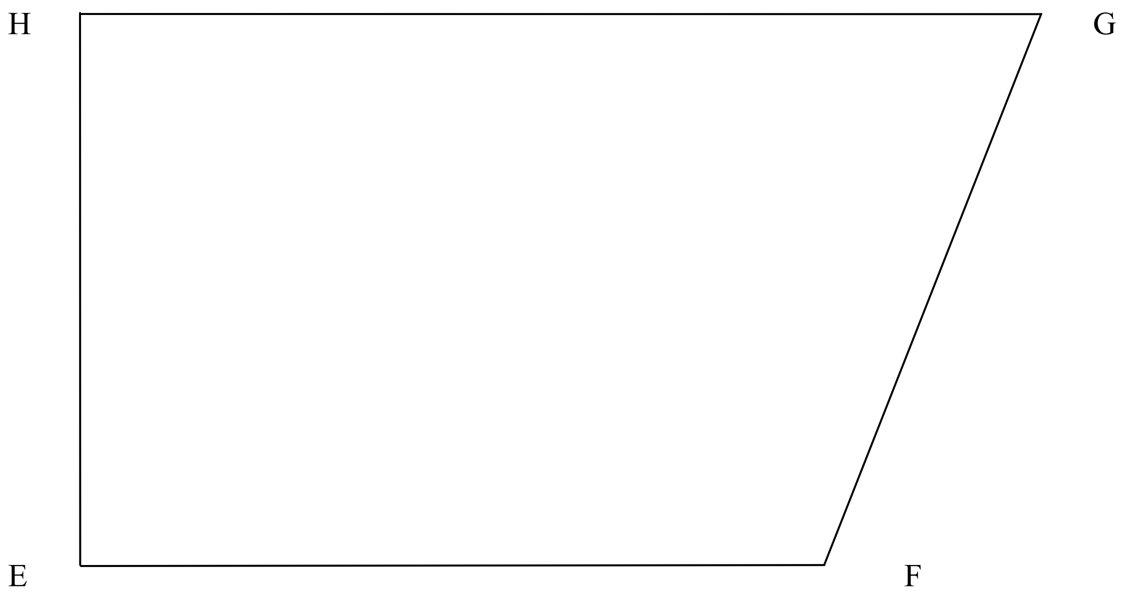
$\angle EHG = 90°$

$\angle GFE = 110°$

2.1. Der Maßstab 1 :200 bedeutet, dass 1cm im Bild 200cm=2m in der Wirklichkeit entsprechen.

Für die Zeichnung gelten also $\overline{EF} = 10{,}0cm$

$\overline{EH} = 7{,}5cm$



2.2. Einzeichnen der Begrenzung [KL].

Die Breite 3,0m lässt sich entsprechend als 1,5 cm wegen der senkrechten Lage auf [HE] von H aus abmessen

2.2.1. $\overline{KL}$ lässt sich über das rechtwinklige Dreieck FLN berechnen:

N sei der Lotfußpunkt von F auf [KL]

$\angle FLK = 70°$ (E-Winkel zu $\angle LFE = 110°$)

$\angle LFN = 20°$ (Winkelsumme im Dreieck FLN)

$\overline{NL} = \tan 20° \cdot 12m = 4{,}37m$

$\overline{KL} = \overline{KN} + \overline{NL} = 20m + 4{,}37m = 24{,}37m$

2.2.2. $\overline{KL}$ wird im Dreieck KEL m. H. des SINUSSATZES berechnet:

$\overline{KF} = \sqrt{20^2 - 12^2}m = \sqrt{544}m \approx 23{,}3m$ (Satz des Pythagoras)

$\tan\angle KFE = \frac{\overline{KE}}{\overline{EF}} = \frac{12m}{20m} = 0{,}6000$

shift tan 0,6 $\underline{\angle KFE = 30{,}96°}$ $0° < \angle KFE < 90°$

$$\frac{\overline{KL}}{\sin(110° - 30{,}96°)} = \frac{\overline{KF}}{\sin(180° - 110°)}$$

$$\frac{\overline{KL}}{\sin 79{,}04°} = \frac{23{,}3m}{\sin 70°}$$

$\overline{KL} = 24{,}365m$

2.3.

2.3.1. $\overline{FL}$ wird im Dreieck FLN berechnet (zuvor wie 2.2.1.):

$\sin 70° = \frac{12m}{\overline{FL}}$ $\underline{\overline{FL} \approx 12{,}8m}$

oder $\overline{FL} = \sqrt{\overline{NL}^2 + \overline{FN}^2}m = \sqrt{12^2 + 4{,}37^2}m \approx 12{,}8m$ (Satz des Pythagoras)

2.3.2. $\overline{FL}$ wird im Dreieck FLK berechnet (zuvor wie 2.2.2.):

$\angle FKL = 31°$ (Z-Winkel zu $\angle KFE = 31°$)

$\overline{FL} = \sqrt{\overline{KL}^2 + \overline{KF}^2 - 2 \cdot \overline{KL} \cdot \overline{KF} \cdot \cos\angle FKL}$ (Kosinussatz)

$\overline{FL} = \sqrt{24{,}3^2 + 23{,}3^2 - 2 \cdot 24{,}3 \cdot 23{,}3 \cdot \cos 31°}\ m$

$\overline{FL} \approx 12{,}8m$

oder $\frac{\overline{FL}}{\sin\angle FKL} = \frac{\overline{KL}}{\sin\angle LFK}$ (Sinussatz)

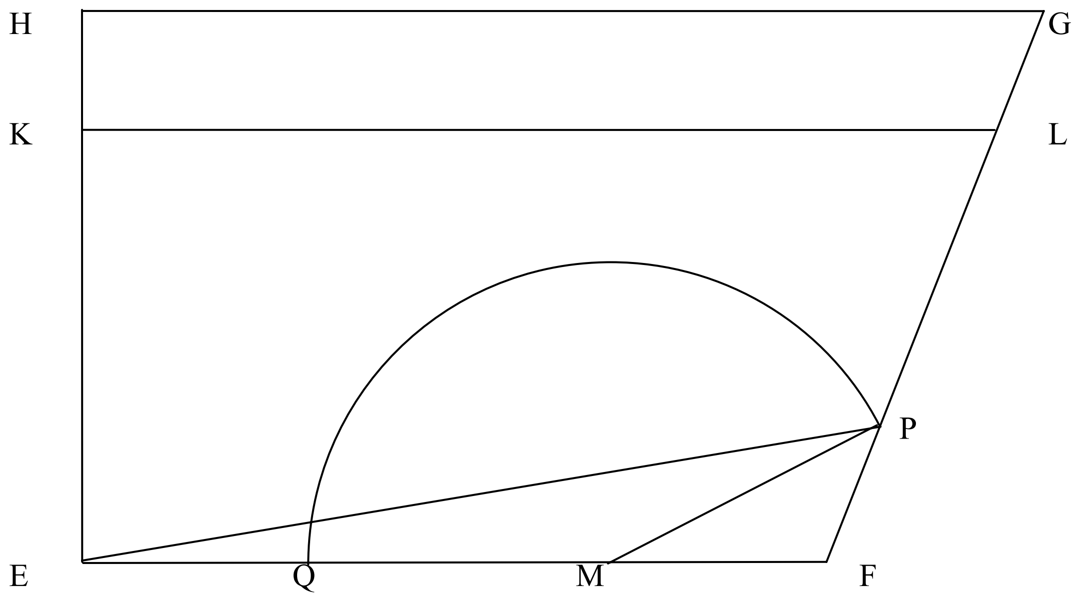
$$\frac{\overline{FL}}{\sin 31°} = \frac{24{,}37m}{\sin 79°}$$

$\overline{FL} \approx 12{,}8m$

2.4. Einzeichnen des Kreisbogens $\overset{\frown}{PQ}$ und der Strecke [EP].

Punkt M auf der Strecke [EF]: $\overline{FM} = 6m$ für die Zeichnung: $\overline{FM} = 3cm$

Kreis um Punkt M $r = \overline{MQ} = \overline{MP} = 8m$ für die Zeichnung: $r = 4cm$



$\overline{EP}$ wird im Dreieck EMP m. H. des Kosinussatzes berechnet :

$\overline{EM} = 20m - 6m = 14m$ (gegebene Stücke)

$\overline{MP} = 8m$ (Kreisradius)

Der Winkel $\angle PME$ berechnet sich wie folgt:

$$\frac{\sin\angle MPF}{\overline{MF}} = \frac{\sin 110°}{\overline{MP}} \qquad (0°<\angle MPF<70°) \qquad \underline{\angle MPF = 44{,}8°}$$

$\angle FMP = 180° - 110° - 44{,}8° = \underline{25{,}2°}$

$\angle PME = 180° - 25{,}2° = \underline{154{,}8°}$

$$\overline{EP} = \sqrt{\overline{EM}^2 + \overline{MP}^2 - 2 \cdot \overline{EM} \cdot \overline{MP} \cdot \cos\angle PME} \qquad \text{(Kosinussatz)}$$

$$\overline{EP} = \sqrt{14^2 + 8^2 - 2 \cdot 14 \cdot 8 \cdot \cos 154{,}8°}\ m$$

$$\overline{EP} \approx 21{,}51m$$

oder $\overline{EP}$ wird im Dreieck EFP m. H. des Kosinussatzes berechnet :

$\overline{MF} = 6m$ (gegeben)

$\overline{MP} = 8m$ (Kreisradius)

Der Winkel $\angle FMP$ berechnet sich wie oben:

$$\frac{\sin\angle MPF}{\overline{MF}} = \frac{\sin 110°}{\overline{MP}} \qquad (0°<\angle MPF<70°) \qquad \underline{\angle MPF = 44{,}8°}$$

$\angle FMP = 180° - 110° - 44{,}8° = \underline{25{,}2°}$

so lässt sich nun $\overline{FP} = \sqrt{6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos 25{,}2} \approx 3{,}62m$ bestimmen.

$$\overline{EP} = \sqrt{\overline{EF}^2 + \overline{FP}^2 - 2 \cdot \overline{EF} \cdot \overline{FP} \cdot \cos\angle PFE} \qquad \text{(Kosinussatz)}$$

$$\overline{EP} = \sqrt{20^2 + 3{,}62^2 - 2 \cdot 20 \cdot 3{,}62 \cdot \cos 110°}\ m$$

$$\overline{EP} \approx 21{,}51m$$

2.5. Die Rasenfläche ($A_{R.}$) ergibt sich aus der Trapezfläche EFLK ($A_{Tr.}$), wenn man das Dreieck MFP ($A_{Dr.}$) und den Kreissektor MPQ ($A_{Sekt.}$) subtrahiert:

$$A_{R.} = A_{Tr.} - A_{Dr.} - A_{Sekt.}$$

$$A_{R.} = \frac{1}{2} \cdot (\overline{EF} + \overline{KL}) \cdot \overline{EK} - \frac{1}{2} \cdot \overline{MF} \cdot \overline{MP} \cdot \sin \angle FMP - \frac{r^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{360°}$$

$$A_{R.} = \frac{1}{2} \cdot (20 + 24{,}3) \cdot 12\,m^2 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 \cdot \sin 25{,}2°\,m^2 - \frac{8^2 \cdot \pi \cdot 154{,}8°}{360°}$$

$$A_{R.} = 265{,}8 - 10{,}2\,m^2 \quad 86{,}5\,m^2$$

$$\underline{A_{R.} = 169{,}1\,m^2}$$

$$K = 169{,}1m^2 \cdot 19{,}99 \frac{€}{m^2} = \underline{3380{,}31\,€}$$