Musterlösung
zur Abschlussprüfung 2003 an den Realschulen in Bayern
Mathematik II

Aufgabe B2

Lösung zu den Aufgaben:

B 2.0 Gegeben ist das Viereck ABCD mit

$\overline{AD} = 6,7\text{ cm}$, $\overline{DC} = 10,0\text{ cm}$, $\angle BAD=80°$, $\angle ADC=110°$, $\angle DCB=90°$

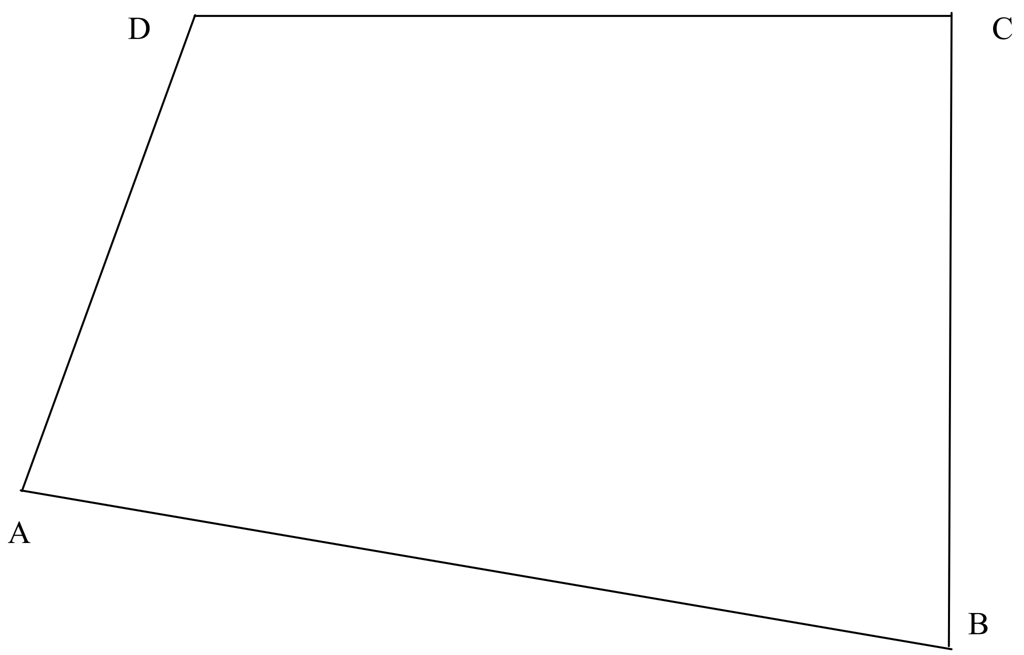
B 2.1 Zeichnen des Vierecks ABCD

Zeichnen eines Vierecks m. H. von Teildreiecken

Beginne mit dem Teildreieck BCD, indem die Strecken [AD] und [DC] unter Einhaltung des Winkels ADC gezeichnet werden.

Nun können die Winkel BAD (in A) und DCB (in C) angetragen werden.

Die entstehenden freien Schenkel schneiden sich im Punkt B



Berechnen der Länge der Diagonalen [AC]

Berechnen einer Seitenlänge bei Vorgabe (SWS)

Ansatz: Kosinussatz

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AD}^2 + \overline{DC}^2 - 2 \cdot \overline{AD} \cdot \overline{DC} \cdot \cos\angle ADC}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{6{,}7^2 + 10{,}0^2 - 2 \cdot 6{,}7 \cdot 10{,}0 \cdot \cos 110°}\text{ cm}$$

$$\overline{AC} \approx 13{,}8\text{cm}$$ (vergleiche Teilergebnisse: $\overline{AC} = 13,8\text{ cm}$)

Berechnen des Maßes φ des Winkels CAD.

Berechnen einer Winkelgröße bei Vorgabe (SSS)

Ansatz: umgestellter Kosinussatz oder wie hier Sinussatz

$$\frac{\sin\angle CAD}{\overline{CD}} = \frac{\sin\angle ADC}{\overline{AC}} \qquad 0° < \varphi < 110°$$

$$\frac{\sin\angle CAD}{10{,}0\text{cm}} = \frac{\sin 110°}{13{,}8\text{cm}}$$

$\angle$CAD=42,9° ($\angle$CAD=137,1°) (vergleiche Teilergebnisse: $\varphi = 42{,}9°$)

B 2.2 Einzeichnen des Rechtecks CEFG mit $\overline{EC} = 3{,}5$ cm

Eigenschaften des Rechtecks

Miß von C aus auf [CD 3,5 cm ab und zeichne in diesem Punkt E senkrecht zu CD.
Der Schnittpunkt der Senkrechten mit der Diagonalen AC ist Punkt F.
Der Punkt G ergibt sich als Schnittpunkt der Parallelen zu CD durch F und Seite [BC].

Berechnen der Länge der Strecke [EF].

Berechnung im rechtwinkligen Dreieck CEF.

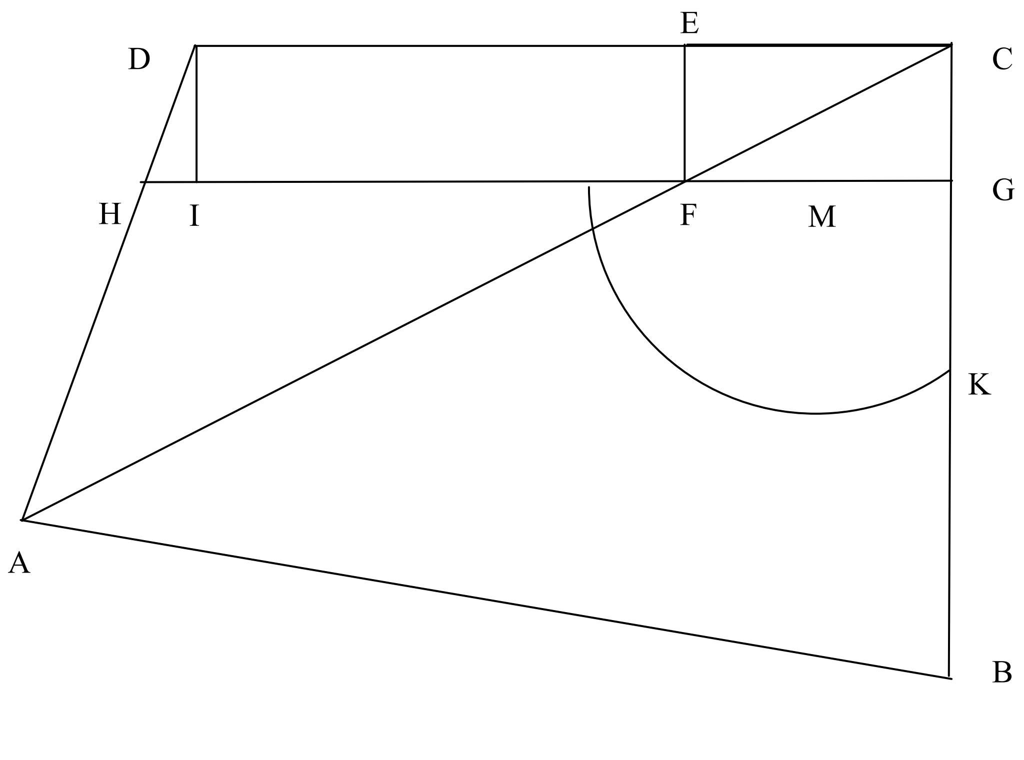
Wegen der Innenwinkelsumme im Dreieck ACD ergibt sich für den Winkel
$\angle$ECF=180° - (110° + 42,9°) = 27,1°

Es gilt $\tan\angle ECF = \dfrac{\overline{EF}}{\overline{EC}}$

$\overline{EF} = 3{,}5\text{cm} \cdot \tan 27{,}1° \approx 1{,}8\text{cm}$ (vergleiche Teilergebnis: $\overline{EF} = 1{,}8$ cm)

B 2.3 Berechnen des Flächeninhaltes A_{HFED} des Vierecks HFED.

Flächenberechnung



Das Viereck HFED ist ein Trapez bzw. setzt sich zusammen aus dem Rechteck IFED und dem Dreieck HID.
Der Flächeninhalt berechnet sich somit zu

$$A_{Trapez} = \frac{1}{2}\left(\overline{HF} + \overline{DE}\right)\cdot \overline{EF} \qquad \text{oder auch } A_{Trapez} = \overline{DE}\cdot\overline{EF} + \frac{1}{2}\overline{HI}\cdot\overline{EF}$$

Im rechtwinkligen Dreieck berechnet man di Länge der Strecke [HI]:

$$\overline{HI} = 3{,}5\text{cm}\cdot\tan(110° - 90°) \approx 0{,}7\text{cm}$$

Außerdem gilt: $\overline{DE} = \overline{IF} = 10\text{cm} - 3{,}5\text{cm} = 6{,}5\text{cm}$

Also $A_{Trapez} = \frac{1}{2}\left(7{,}2\text{cm} + 6{,}5\text{cm}\right)\cdot 1{,}8\text{cm} = 12{,}3\text{cm}^2$

oder auch $A_{Trapez} = 6{,}5\text{cm}\cdot 1{,}8\text{cm} + \frac{1}{2}\cdot 0{,}7\text{cm}\cdot 1{,}8\text{cm} = 12{,}3\text{cm}^2$

B 2.4 Zeichnung siehe 2.3

Berechnung des Flächeninhaltes A_{Weide} in Quadratmetern.
Die Rundungsvorschrift soll strikt eingehalten werden: 3,5 m : 2 = 1,8 m !!!
Die Weide setzt sich aus dem Sektor MLK und dem Dreieck MKG zusammen.
Der Mittelpunktswinkel des Sektors LMK berechnet sich über das Dreieck MKG zu:

$$\cos\left(180° - \angle LMK\right) = \frac{1{,}8\text{cm}}{3\text{cm}}$$

$$180° - \angle LMK \approx 53{,}1°$$

$$\angle LMK \approx 126{,}9°$$

$$A_{Weide} = \frac{3{,}0^2\cdot\pi\cdot 126{,}9°}{360°}\text{m}^2 + \frac{1}{2}\cdot 3{,}0\text{m}\cdot 1{,}8\text{m}\cdot\sin 53{,}1° = 12{,}1\text{m}^2$$

B 2.5 Flächeninhalt des Gemüsegartenteils, den das Schaf abweiden kann.
Sektorfläche berechnen
Hier ergibt sich ein Viertelkreissektor mit Mittelpunkt F
und Radius FL = 3,0 m – 1,8 m = 1,2 m

$$A_{Gemüse-Sektor} = \frac{1}{4}\cdot 1{,}2^2\cdot\pi \quad \text{m}^2 = 1{,}1\text{m}^2$$

$$A_{Sektor} = \frac{1}{4}\cdot 1{,}2^2\cdot\pi\ \text{m}^2 \qquad\qquad A_{Sektor} = 1{,}1\ \text{m}^2$$