

Mathematik II

Aufgabengruppe A

Aufgabe A 1

A 1.0 Die Parabel p hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + 0,5x + c$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $c \in \mathbb{R}$. Die Parabel p verläuft durch die Punkte $P(-1|-4)$ und $Q(5|-7)$. Die Gerade g hat die Gleichung $y = -0,5x + 3$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

A 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für a und c , dass die Parabel p die Gleichung $y = -0,25x^2 + 0,5x - 3,25$ hat.

Erstellen Sie für die Parabel p eine Wertetabelle für $x \in [-3; 5]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ und zeichnen Sie die Parabel p und die Gerade g in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leq x \leq 9$; $-9 \leq y \leq 5$

4 P

A 1.2 Punkte $A_n(x | -0,25x^2 + 0,5x - 3,25)$ auf der Parabel p und Punkte $D_n(x | -0,5x + 3)$ auf der Geraden g haben jeweils dieselbe Abszisse x . Sie bilden zusammen mit den Punkten B_n und C_n Eckpunkte von Trapezen $A_nB_nC_nD_n$ und es gilt: $\overrightarrow{A_nB_n} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\overline{B_nC_n} = 3 \text{ LE}$ und $[A_nD_n] \parallel [B_nC_n]$.

Zeichnen Sie die Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -1$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 4$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.

2 P

A 1.3 Überprüfen Sie rechnerisch, ob die Gerade A_1B_1 Tangente an die Parabel p ist.
[Teilergebnis: $A_1B_1: y = 0,75x - 3,25$]

3 P

A 1.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass sich die Seitenlänge $\overline{A_nD_n}(x)$ aller Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n wie folgt darstellen lässt: $\overline{A_nD_n}(x) = (0,25x^2 - x + 6,25) \text{ LE}$.

1 P

A 1.5 Stellen Sie den Flächeninhalt $A(x)$ der Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n dar.

Berechnen Sie sodann den kleinstmöglichen Flächeninhalt A_{\min} .

[Teilergebnis: $A(x) = (0,5x^2 - 2x + 18,5) \text{ FE}$]

3 P

A 1.6 Unter den Trapezen $A_nB_nC_nD_n$ gibt es zwei Trapeze $A_3B_3C_3D_3$ und $A_4B_4C_4D_4$, in denen der Winkel $\angle A_3D_3C_3$ bzw. $\angle A_4D_4C_4$ jeweils das Maß 90° hat.

Begründen Sie, dass für diese beiden Trapeze gilt: $\overline{A_3D_3} = 6 \text{ LE}$ bzw. $\overline{A_4D_4} = 6 \text{ LE}$.

Berechnen Sie sodann die x -Koordinaten der Punkte A_3 und A_4 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

3 P