

Mathematik I

Aufgabengruppe A

Aufgabe A 3

A 3.0 Das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis $\overline{BC} = 12 \text{ cm}$ und der Höhe $\overline{AD} = 9 \text{ cm}$ ist die Grundfläche der Pyramide ABCS. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Mittelpunkt D der Strecke [BC] mit $\overline{DS} = 8 \text{ cm}$.

A 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCS. Dabei soll die Strecke [AD] auf der Schrägbildachse liegen.

Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45^\circ$

Berechnen Sie sodann das Maß ε des Winkels DAS auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

[Teilergebnis: $\varepsilon = 41,63^\circ$]

3 P

A 3.2 Die Strecken $[P_nQ_n]$ mit $P_n \in [BS]$ und $Q_n \in [CS]$ verlaufen parallel zur Strecke [BC]. Der Punkt R liegt auf der Strecke [AS] mit $\overline{AR} = 4 \text{ cm}$. Die Punkte P_n , Q_n und R sind die Eckpunkte von gleichschenkligen Dreiecken P_nQ_nR mit der Basis $[P_nQ_n]$ und dem Mittelpunkt M_n der Seite $[P_nQ_n]$. Die Dreiecke P_nQ_nR schließen mit der Seitenfläche BCS die Winkel $\angle SM_nR$ mit dem Maß φ ein.

Zeichnen Sie das Dreieck P_1Q_1R für $\varphi = 105^\circ$ in das Schrägbild zu 3.1 ein.

1 P

A 3.3 Zeigen Sie, dass für die Streckenlängen $\overline{M_nS}$ und $\overline{P_nQ_n}$ in Abhängigkeit von φ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet gilt:

$$\overline{M_nS}(\varphi) = \frac{8,04 \cdot \sin(48,37^\circ + \varphi)}{\sin \varphi} \text{ cm} \quad \text{und} \quad \overline{P_nQ_n}(\varphi) = \frac{12,06 \cdot \sin(48,37^\circ + \varphi)}{\sin \varphi} \text{ cm}.$$

4 P

A 3.4 Das Dreieck P_1Q_1S ist die Grundfläche der Pyramide P_1Q_1SR mit der Spitze R und der Pyramidenhöhe h.

Zeichnen Sie die Pyramidenhöhe h in das Schrägbild zu 3.1 ein und ermitteln Sie sodann durch Rechnung das Volumen der Pyramide P_1Q_1SR . (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: $h = 6,01 \text{ cm}$]

3 P

A 3.5 Zeigen Sie, dass für die Dreieckshöhe $\overline{M_nR}$ der Dreiecke P_nQ_nR in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{M_nR}(\varphi) = \frac{6,01}{\sin \varphi} \text{ cm}$.

Berechnen Sie den Wert für φ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet, so dass das Dreieck P_2Q_2R gleichseitig ist.

4 P