

Musterprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen Aufgabe B1 Finanzmathematik

Aufgabe B1.1 (2 Punkte)

Herr Jürgen Schönfelder ist Kunde der Vereinigten Frankenbank eG in Weißenburg. Am 22.09.2018 kauft er ein Auto. Zur Finanzierung nimmt er kurzfristig einen Dispositionskredit in Höhe von 13.500,00 € in Anspruch.

Die Bank stellt ihm für den Kredit die in der folgenden Tabelle zu seinem Kontoauszug ausgewiesenen Zinsen in Rechnung.

Herrn/Frau/Firma	Anlage zum Kontoauszug Vereinigte Frankenbank eG Weißenburg Luitpoldstr. 13, 91781 Weißenburg	
Jürgen Schönfelder Finkenweg 12 91781 Weißenburg	IBAN	
	DE51 7606 9468 0030 3908 33	
	BIC: GENODEF1GU1	
Vorgang	WERT	UMSATZ Z EUR
ABRECHNUNG FÜR DIE INANSPRUCHNAHME DES DISPOSITIONSKREDITS: 13.500,00 € Abrechnungszeitraum: vom 22.09.2018 bis 30.09.2018 Zinsentgelt	30.09.	31,50 S*
Ihre Kreditlinie beträgt 15.000,00 €.		
* S = BELASTUNG / H = GUTSCHRIFT		

Berechnen Sie den Zinssatz des Dispositionskredits.

Aufgabe B1.2 (4 Punkte)

Herr Schönfelder ist die Finanzierung durch den Dispositionskredit auf Dauer zu teuer. Eine Mitarbeiterin der Bank unterbreitet ihm ein Kreditangebot und gibt ihm den dazugehörigen Tilgungsplan. Die Laufzeit des Darlehens beträgt 5 Jahre.

Kreditangebot für Herrn Schönfelder				
Auszug aus dem Tilgungsplan				
Tilgungsverfahren: _____				
Jahr	Restschuld	Zinsen	Tilgung	Annuität
1	13.500,00 €	843,75 €	_____ €	3.226,68 €
2	_____ €	_____ €	2.531,86 €	3.226,68 €

Bestimmen Sie anhand des Tilgungsplans das zugrunde liegende Tilgungsverfahren und tragen Sie die fehlenden Beträge in die Tabelle ein.

Aufgabe B1.3 (1 Punkt)

Herr Schönfelder nimmt das Kreditangebot der Bank an und wünscht die vertragliche Vereinbarung, Sondertilgungen vornehmen zu können.

Erläutern Sie, aus welchem Grund Herr Schönfelder Sondertilgungen leisten möchte.

Aufgabe B1.4 (3 Punkte)

Herr Schönfelder hat sich frühzeitig um seine private Altersvorsorge gekümmert. Am 01.01.1994 hat er eine Lebensversicherung abgeschlossen, in die er zu Beginn eines jeden Jahres 3.600,00 € einzahlt. Die Versicherung wird am 31.12.2018 ausgezahlt.

Berechnen Sie den Betrag, über den Herr Schönfelder bei Versicherungsende verfügen kann, wenn vertraglich eine jährliche Mindestverzinsung von 4 % garantiert ist.

Aufgabe B1.5 (5 Punkte)

In einem Schreiben teilt das Versicherungsunternehmen Herrn Schönfelder mit, dass er bei Vertragsende über einen garantierten Mindestbetrag von 155.922,28 € aus seiner Lebensversicherung verfügen kann. Laut Vertrag wird die Versicherungssumme in einer jährlich vorschüssigen Rente in Höhe von 12.000,00 € ausgezahlt.

Berechnen Sie, wie viele volle Rentenauszahlungen er von seiner Ansparleistung erhalten wird, wenn die Versicherung seine Einzahlungen mit 0,9 % verzinst.

Lösung

Aufgabe B1.1 (2 Punkte)

Herr Jürgen Schönfelder ist Kunde der Vereinigten Frankenbank eG in Weißenburg. Am 22.09.2018 kauft er ein Auto. Zur Finanzierung nimmt er kurzfristig einen Dispositionskredit in Höhe von 13.500,00 € in Anspruch.

Die Bank stellt ihm für den Kredit die in der folgenden Tabelle zu seinem Kontoauszug ausgewiesenen Zinsen in Rechnung.

Herrn/Frau/Firma Jürgen Schönfelder Finkenweg 12 91781 Weißenburg	Anlage zum Kontoauszug Vereinigte Frankenbank eG Weißenburg Luitpoldstr. 13, 91781 Weißenburg	
	IBAN	
	DE51 7606 9468 0030 3908 33	
BIC: GENODEF1GU1		
Vorgang	WERT	UMSATZ Z EUR
ABRECHNUNG FÜR DIE INANSPRUCHNAHME DES DISPOSITIONSKREDITS: 13.500,00 € Abrechnungszeitraum: vom 22.09.2018 bis 30.09.2018 Zinsentgelt	30.09.	31,50 S*
Ihre Kreditlinie beträgt 15.000,00 €.		
* S = BELASTUNG / H = GUTSCHRIFT		

Berechnen Sie den Zinssatz des Dispositionskredits.

Lösung zu Aufgabe B1.1

Zinssatz bestimmen

Als erstes muss die Anzahl der Zinstage ermittelt werden. Aus der Tabelle entnehmen wir den Abrechnungszeitraum **22.09.2018 bis 30.09.2018**. Daher ergibt sich eine Spanne von **8 Tagen**.

Des Weiteren können wir aus Anlage 1 die Zinsen in Höhe von **31,50 €** ablesen. Über die Zinsen, die Zinstage und die Höhe des Kredits lässt sich nun sehr einfach der Zinssatz berechnen.

$$p = \frac{31,50 \cdot 100 \cdot 360}{13.500,00 \cdot 8} = 10,50 \text{ Der Zinssatz beträgt für 8 Tage } \underline{\underline{10,50 \%}}$$

Aufgabe B1.2 (4 Punkte)

Herrn Schönfelder ist die Finanzierung durch den Dispositionskredit auf Dauer zu teuer. Eine Mitarbeiterin der Bank unterbreitet ihm ein Kreditangebot und gibt ihm den dazugehörigen Tilgungsplan. Die Laufzeit des Darlehens beträgt 5 Jahre.

Kreditangebot für Herrn Schönfelder				
Auszug aus dem Tilgungsplan				
Tilgungsverfahren: _____				
Jahr	Restschuld	Zinsen	Tilgung	Annuität
1	13.500,00 €	843,75 €	_____ €	3.226,68 €
2	_____ €	_____ €	2.531,86 €	3.226,68 €

Bestimmen Sie anhand des Tilgungsplans das zugrunde liegende Tilgungsverfahren und tragen Sie die fehlenden Beträge in die Tabelle ein.

Lösung zu Aufgabe B1.2

Tilgungsverfahren ermitteln

Das Tilgungsverfahren, das hier vorliegt, ist die **Annuitätentilgung**. Dies erkennt man aus Anlage 2, da die Annuität über die beiden Jahre konstant bleibt.

Jahr	Restschuld	Zinsen	Tilgung	Annuität
1	13.500,00 €	843,75 €	<u>2.382,93 €</u>	3.226,68 €
2	<u>11.117,07 €</u>	<u>694,82 €</u>	2.531,86 €	3.226,68 €

Wie kommen wir nun auf die unterstrichenen Werte? Die erste Tilgung erhalten wir, in dem wir

folgendes berechnen: $3.226,68\text{€} - 843,75\text{€} = 2.382,93\text{€}$

Den Restwert des zweiten Jahres bekommen wir, in dem wir die Tilgung vom ersten Jahr von dem Restwert des ersten Jahres abziehen: $13.500,00\text{€} - 2.382,93\text{€} = 11.117,07\text{€}$

Die Zinsen des zweiten Jahres ergeben sich aus: $3.226,68\text{€} - 2.531,86\text{€} = 694,82\text{€}$

Aufgabe B1.3 (1 Punkt)

Herr Schönfelder nimmt das Kreditangebot der Bank an und wünscht die vertragliche Vereinbarung, Sondertilgungen vornehmen zu können.

Erläutern Sie, aus welchem Grund Herr Schönfelder Sondertilgungen leisten möchte.

Lösung zu Aufgabe B1.3

Anwendungsaufgabe

Mögliche Motive von Herrn Schönfelder könnten eine Verkürzung der Laufzeit oder auch eine Senkung der Finanzierungskosten sein.

Aufgabe B1.4 (3 Punkte)

Herr Schönfelder hat sich frühzeitig um seine private Altersvorsorge gekümmert. Am 01.01.1994 hat er eine Lebensversicherung abgeschlossen, in die er zu Beginn eines jeden Jahres 3.600,00 € einzahlt. Die Versicherung wird am 31.12.2018 ausgezahlt.

Berechnen Sie den Betrag, über den Herr Schönfelder bei Versicherungsende verfügen kann, wenn vertraglich eine jährliche Mindestverzinsung von 4 % garantiert ist.

Lösung zu Aufgabe B1.4

Endkapital ermitteln

Als erstes müssen wir bestimmen, um was für eine Anlageform es sich handelt. Da jährlich zum **Beginn** eines Jahres ein **gleichbleibender Betrag** eingezahlt wird, handelt es sich um eine **vorschüssige Renteneinzahlung**.

Nun benötigen wir die Laufzeit. Da vorschüssig vom 01.01.1994 bis zum 31.12.2018 eingezahlt wird, handelt es sich um **25 Raten**.

Unser q ergibt sich aus $q = 1 + \frac{p}{100} \rightarrow q = 1 + \frac{4}{100} = 1,04$

Nun haben wir alle Werte für die Formel. Einsetzen und Ausrechnen ergibt:

$$K'_n = 3.600,00 \cdot 1,04 \frac{1,04^{25} - 1}{0,04} = 155.922,28\text{€}$$

Herr Schönfelder kann also bei Vertragsende über eine Summe von 155.922,28 € verfügen.

Aufgabe B1.5 (5 Punkte)

In einem Schreiben teilt das Versicherungsunternehmen Herrn Schönfelder mit, dass er bei Vertragsende über einen garantierten Mindestbetrag von 155.922,28 € aus seiner Lebensversicherung verfügen kann. Laut Vertrag wird die Versicherungssumme in einer jährlich vorschüssigen Rente in Höhe von 12.000,00 € ausgezahlt.

Berechnen Sie, wie viele volle Rentenauszahlungen er von seiner Ansparleistung erhalten wird, wenn die Versicherung seine Einzahlungen mit 0,9 % verzinst.

Lösung zu Aufgabe B1.5

Vorschüssige Kapitalminderung

Dem Text entnehmen wir, dass wir die Formel für die **vorschüssige Kapitalminderung** verwenden müssen.

Wir benötigen wieder $q = 1 + \frac{p}{100} = 1 + \frac{0,9}{100} = 1,009$

Da wie am Ende der Laufzeit unser Kapital aufgebraucht haben wollen muss $K'_n = 0$ sein.

Daraus folgt:

$$\begin{aligned} 0 &= 155.922,28\text{€} \cdot 1,009^n - 12.000,00\text{€} \cdot 1,009 \frac{1,009^n - 1}{0,009} \\ 0 &= 155.922,28\text{€} \cdot 1,009^n - 1.333.333,33\text{€} \cdot 1,009(1,009^n - 1) \\ 0 &= 155.922,28\text{€} \cdot 1,009^n - 1.345.333,33\text{€}(1,009^n - 1) \\ 0 &= 155.922,28 \cdot 1,009^n - 1.345.333,33 \cdot 1,009^n + 1.345.333,33 \\ 0 &= -1.189.411,05 \cdot 1,009^n + 1.345.333,33 \\ 1.189.411,05 \cdot 1,009^n &= 1.345.333,33 \\ 1,009^n &= \frac{1.345.333,33}{1.189.411,05} \\ n \cdot \log(1,009) &= \log\left(\frac{1.345.333,33}{1.189.411,05}\right) \\ n &= \log\left(\frac{1.345.333,33}{1.189.411,05}\right) : \log(1,009) \\ n &= 13,75 \end{aligned}$$

Herr Schönfelder erhält 13 mal die **volle** Rente(d.h. abrunden!) ausbezahlt.