Mittlere-Reife-Prüfung 2009 Mathematik I Aufgabe A3

Aufgabe A3.0

In einem Laborversuch untersuchten Baubiologen das Wachstum von Schimmelpilzen auf unterschiedlichen Fassadenplatten. Dazu wurden zwei mit A bzw. B gekennzeichnete Platten, auf denen zu Versuchsbeginn jeweils eine Fläche mit einem Inhalt von 100 cm^2 von Schimmelpilz befallen war, in einer Klimakammer beobachtet.
Bei der Platte A wurde festgestellt, dass sich der Inhalt der von Schimmelpilz befallenen Fläche täglich um 26% vergrößert hatte.

Aufgabe A3.1 (1 Punkte)

Berechnen Sie, wie groß der Inhalt der von Schimmelpilz befallenen Fläche bei der Platte A am Ende des 6. Versuchstages war. Runden Sie auf Quadratzentimeter.

Aufgabe A3.2 (2 Punkte)

Bei der Platte A war der Versuch abgebrochen worden, als der Inhalt der von Schimmelpilz befallenen Fläche einen Quadratmeter erreicht hatte.
Ermitteln Sie rechnerisch, am wievielten Versuchstag dies der Fall war.

Aufgabe A3.3 (2 Punkte)

Auch bei der Platte B hatte sich der Inhalt der von Schimmelpilz befallenen Fläche täglich um einen festen Prozentsatz vergrößert. Hier war ein Quadratmeter am Ende des 13. Versuchstages erreicht worden.
Berechnen Sie den betreffenden Prozentsatz.

Lösung

Aufgabe A3.0

In einem Laborversuch untersuchten Baubiologen das Wachstum von Schimmelpilzen auf unterschiedlichen Fassadenplatten. Dazu wurden zwei mit A bzw. B gekennzeichnete Platten, auf denen zu Versuchsbeginn jeweils eine Fläche mit einem Inhalt von 100 cm^2 von Schimmelpilz befallen war, in einer Klimakammer beobachtet.
Bei der Platte A wurde festgestellt, dass sich der Inhalt der von Schimmelpilz befallenen Fläche täglich um 26% vergrößert hatte.

Aufgabe A3.1 (1 Punkte)

Berechnen Sie, wie groß der Inhalt der von Schimmelpilz befallenen Fläche bei der Platte A am Ende des 6. Versuchstages war. Runden Sie auf Quadratzentimeter.

Lösung zu Aufgabe A3.1

Wachstumsprozess

Diese Aufgabe behandelt den Wachstumsprozess von Schimmelpilzen.

Erläuterung: *Exponentielles Wachstum*

Die Wachstumsfunktion für exponentielles Wachstum lautet:

$y = y_0 \cdot a^x$

Dabei ist y_0 der Anfangsbestand, x die Zeit und a die Änderungsrate.

Bemerkung: Die Änderungsrate a setzt sich zusammen aus $1 + \mathrm{P}$, wobei P die prozentuale Veränderung ist .

Gegeben sind der Anfangsbestand $y_0 = 100$ cm^2, die Zeit $x = 6$ (Tage) und die prozentuale Veränderung $\mathrm{P} = 26\%$. Gesucht ist der Bestand nach 6 Tagen.

Änderungsrate a bestimmen:

$a = 1 + \mathrm{P} = 1 + 26\% = 1 + 0,26 = 1,26$

© Realschulrep.de

Bestand nach 6 Tagen bestimmen:

$y = y_0 \cdot a^x$

$= 100 \cdot 1,26^6$

≈ 400

Der Inhalt der befallenen Fläche bei der Palette A ist $A_A \approx 400$ cm^2 groß.

Aufgabe A3.2 (2 Punkte)

Bei der Platte A war der Versuch abgebrochen worden, als der Inhalt der von Schimmelpilz befallenen Fläche einen Quadratmeter erreicht hatte.
Ermitteln Sie rechnerisch, am wievielten Versuchstag dies der Fall war.

Lösung zu Aufgabe A3.2

Wachstumsprozess

Gegeben sind der Endbestand von einem Quadratmeter, also $y = 1\,m^2 = 10000$ cm^2 und aus der Einleitung der Aufgabe A3 der Anfangsbestand $y_0 = 100$ cm^2 und die Änderungsrate $a = 1,26$.

Gesucht ist die Zeit x.

Zeit x bestimmen:

$y = y_0 \cdot a^x$

$10000 = 100 \cdot 1,26^x \quad | \quad : 100$

$100 = 1,26^x \quad | \quad$ logarithmieren mit $\log_{1,26}$

$x = \log_{1,26} 100$

$x = 20$

Am 20.Versuchstag wurde der Versuch abgebrochen worden.

Aufgabe A3.3 (2 Punkte)

Auch bei der Platte B hatte sich der Inhalt der von Schimmelpilz befallenen Fläche täglich um einen festen Prozentsatz vergrößert. Hier war ein Quadratmeter am Ende des 13. Versuchstages erreicht worden.
Berechnen Sie den betreffenden Prozentsatz.

Lösung zu Aufgabe A3.3

Wachstumsprozess

Gegeben sind der Endbestand von einem Quadratmeter, also $y = 1\,m^2 = 10000$ cm^2, die Zeit $x = 13$ (Tage) und aus der Einleitung der Aufgabe A3 der Anfangsbestand $y_0 = 100$ cm^2.

Gesucht ist die Änderungsrate a bzw. der Prozentsatz P.

Änderungsrate a bestimmen:

$y = y_0 \cdot a^x$

$10000 = 100 \cdot a^{13} \quad | \quad : 100$

$100 = a^{13} \quad | \quad \sqrt[13]{\ }$

$a = \sqrt[13]{100} \approx 1,4251$

Prozentsatz bestimmen:

$a = 1,4251$

$\Rightarrow \quad \mathrm{P} = (a-1) \cdot 100 = (1,4251 - 1) \cdot 100 = 42,51\%$

Der betreffende Prozentsatz ist gleich $42,51\%$.

© Realschulrep.de