

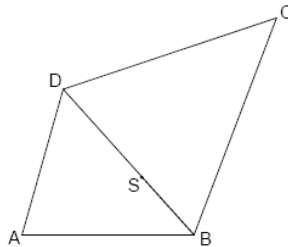
Mittlere-Reife-Prüfung 2010 Mathematik II Aufgabe A2

Aufgabe A2.

Die nebenstehende Skizze zeigt den Plan einer viereckigen Grünfläche. Gegeben sind folgende Maße:

$$\overline{AB} = 78,0 \text{ m} ; \overline{BC} = 105,0 \text{ m} ; \overline{BS} = 35,0 \text{ m} ; \angle BAD = 74^\circ ; \angle DBA = 48^\circ ; \angle CBD = 63^\circ$$

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.



Aufgabe A2.1 (2 Punkte)

Zeichnen Sie das Viereck $ABCD$ im Maßstab 1:1000 und zeichnen Sie den Punkt $S \in [BD]$ ein.

Aufgabe A2.2 (2 Punkte)

Viele Fußgänger benutzen eine Abkürzung über die Grünfläche, sodass sich bereits ein Trampelpfad gebildet hat, der zwischen den Punkten B und D im Plan verläuft. Berechnen Sie die Länge der Strecke $[BD]$.

Aufgabe A2.3 (5 Punkte)

Auf der Grünfläche wird eine große kreisförmige Skateranlage angelegt.

Im Plan bildet der Mittelpunkt M der Strecke $[SC]$ den Mittelpunkt des Kreises k . Der Kreis k berührt die Strecke $[BC]$ im Punkt E .

Zeichnen Sie die Strecke $[ME]$ und den Kreis k in die Zeichnung zu 2.1 ein.

Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt A des Kreises k .

[Teilergebnis: $\overline{SC} = 94,4 \text{ m}$]

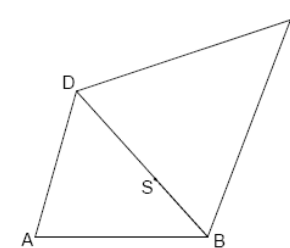
Lösung

Aufgabe A2.

Die nebenstehende Skizze zeigt den Plan einer viereckigen Grünfläche. Gegeben sind folgende Maße:

$$\overline{AB} = 78,0 \text{ m} ; \overline{BC} = 105,0 \text{ m} ; \overline{BS} = 35,0 \text{ m} ; \angle BAD = 74^\circ ; \angle DBA = 48^\circ ; \angle CBD = 63^\circ$$

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.



Aufgabe A2.1 (2 Punkte)

Zeichnen Sie das Viereck $ABCD$ im Maßstab 1:1000 und zeichnen Sie den Punkt $S \in [BD]$ ein.

Lösung zu Aufgabe A2.1

Skizze

Länge der Seiten mit Maßstab 1:1000 bestimmen:

Erläuterung: *Erläuterung*

Maßstab 1:1000 bedeutet, dass 1 cm in der Zeichnung gleich 1000 cm in der Realität ist.

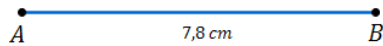
Die Längen der Seiten müssen erst von Meter in Zentimeter umgewandelt werden und dann durch 1000 geteilt werden.

$$\overline{AB} = 78 \text{ m} = 7800 \text{ cm} \Rightarrow \overline{AB} = 7,8 \text{ cm}$$

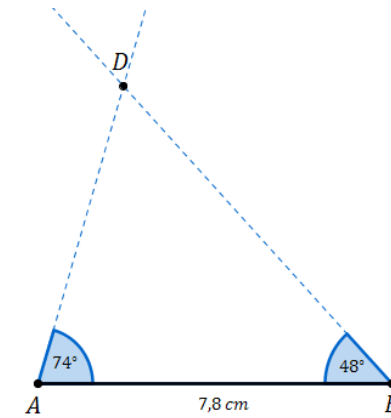
$$\overline{BC} = 105 \text{ m} = 10500 \text{ cm} \Rightarrow \overline{BC} = 10,5 \text{ cm}$$

$$\overline{CS} = 3,5 \text{ m} = 3500 \text{ cm} \Rightarrow \overline{CS} = 3,5 \text{ cm}$$

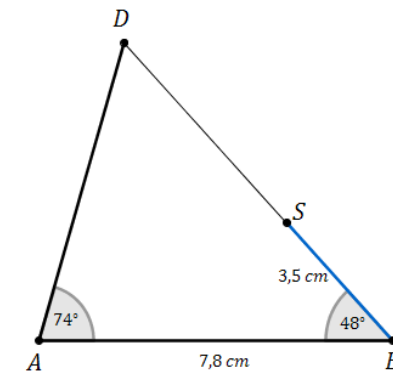
Seite $[AB]$ einzeichnen:



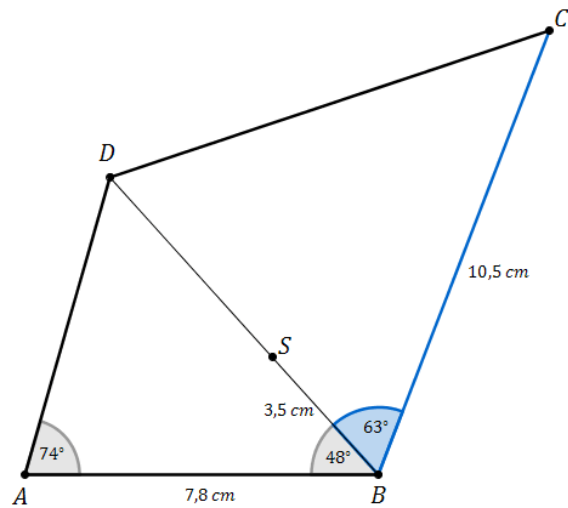
Punkt D einzeichnen:



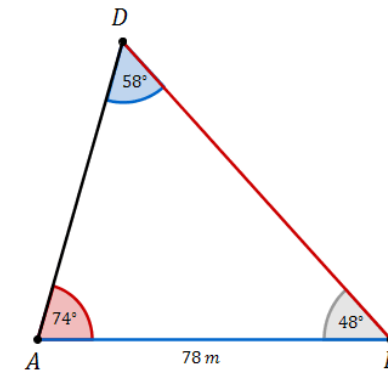
Punkt S einzeichnen:



Punkt C einzeichnen:

**Aufgabe A2.2** (2 Punkte)

Viele Fußgänger benutzen eine Abkürzung über die Grünfläche, sodass sich bereits ein Trampelpfad gebildet hat, der zwischen den Punkten B und D im Plan verläuft. Berechnen Sie die Länge der Strecke $[BD]$.

Lösung zu Aufgabe A2.2**Winkel bestimmen**

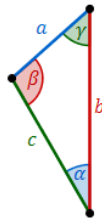
Erläuterung: *Winkelsumme im Dreieck*

Die Summe der Innenwinkel eines beliebigen Dreiecks ist immer gleich 180° .

$$\angle ADB = 180^\circ - 74^\circ - 48^\circ = 58^\circ$$

Seite eines Dreiecks bestimmen

Seite $[BD]$ mit dem Sinussatz bestimmen:

Erläuterung: *Sinussatz*

In jedem Dreieck haben die Quotienten aus der Länge einer Seite und dem Sinuswert ihres Gegenwinkels denselben Wert. Es gilt:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$\frac{\overline{BD}}{\sin 74^\circ} = \frac{\overline{AB}}{\sin 58^\circ}$$

$$\frac{\overline{BD}}{\sin 74^\circ} = \frac{78}{\sin 58^\circ} \quad | \cdot \sin 74^\circ$$

$$\overline{BD} = \frac{78}{\sin 58^\circ} \cdot \sin 74^\circ$$

$$\Rightarrow \overline{BD} \approx 88,4 \text{ m}$$

Aufgabe A2.3 (5 Punkte)

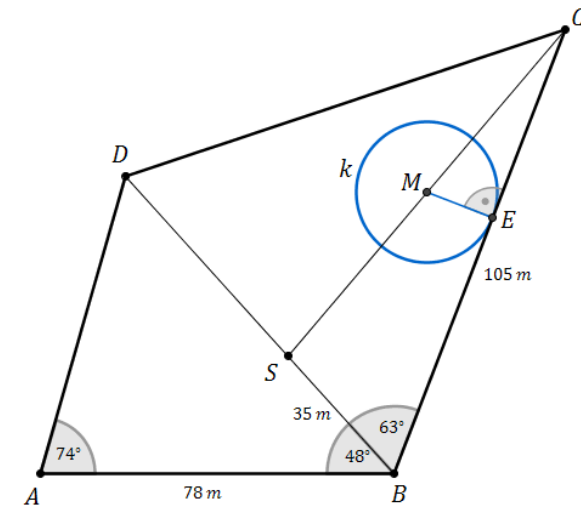
Auf der Grünfläche wird eine große kreisförmige Skateranlage angelegt.

Im Plan bildet der Mittelpunkt M der Strecke $[SC]$ den Mittelpunkt des Kreises k . Der Kreis k berührt die Strecke $[BC]$ im Punkt E .

Zeichnen Sie die Strecke $[ME]$ und den Kreis k in die Zeichnung zu 2.1 ein.

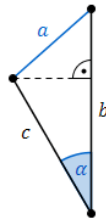
Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt A des Kreises k .

[Teilergebnis: $\overline{SC} = 94,4 \text{ m}$]

Lösung zu Aufgabe A2.3**Skizze****Seite eines Dreiecks bestimmen**

Seite $[SC]$ mit dem Kosinussatz bestimmen:

Erläuterung: *Kosinussatz*



Sind in einem beliebigen Dreieck zwei Seiten b und c und der von diesen Seiten eingeschlossene Winkel α gegeben, so kann der Kosinussatz angewendet werden:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

In diesem Fall sind die Seiten $[BS]$ und $[BC]$ und der Winkel $\angle CBD$ gegeben.

$$\overline{SC}^2 = \overline{BS}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{BS} \cdot \overline{BC} \cdot \cos \angle CBD$$

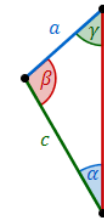
$$\overline{SC} = \sqrt{35^2 + 105^2 - 2 \cdot 35 \cdot 105 \cdot \cos 63^\circ}$$

$$\Rightarrow \overline{SC} \approx 94,4 \text{ m}$$

Winkel bestimmen

Winkel $\angle SCB$ mit dem Sinussatz bestimmen:

Erläuterung: *Sinussatz*



In jedem Dreieck haben die Quotienten aus der Länge einer Seite und dem Sinuswert ihres Gegenwinkels denselben Wert. Es gilt:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$\text{Im Dreieck } BCS \text{ gilt somit: } \frac{\overline{BS}}{\sin \angle SCB} = \frac{\overline{SC}}{\sin \angle CBD} \iff \frac{\sin \angle SCB}{\overline{BS}} = \frac{\sin \angle CBD}{\overline{SC}}$$

$$\frac{\sin \angle SCB}{\overline{BS}} = \frac{\sin \angle CBD}{\overline{SC}}$$

$$\frac{\sin \angle SCB}{35} = \frac{\sin 63^\circ}{94,4} \quad | \cdot 35$$

$$\sin \angle SCB = \frac{\sin 63^\circ}{94,4} \cdot 35$$

Erläuterung: *Winkel berechnen*

Um den Winkel $\angle SCB$ aus $\sin \angle SCB = \frac{\sin 63^\circ}{94,4} \cdot 35$ zu bestimmen, wird im Taschenrechner (TR) folgendes eingegeben:

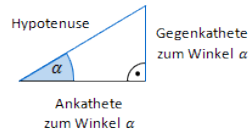
$$\text{TR: } \frac{\sin 63^\circ}{94,4} \cdot 35 \rightarrow \text{SHIFT} \rightarrow \sin$$

$$\Rightarrow \angle SCB = \sin^{-1} \left(\frac{\sin 63^\circ}{94,4} \cdot 35 \right) \approx 19,3^\circ$$

Seite eines Dreiecks bestimmen

Radius \overline{ME} bestimmen:

Erläuterung: *Sinus eines Winkels*



Der Sinus eines Winkels α ist ein Seitenverhältnis.

$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete zu } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

Gilt nur in rechtwinkligen Dreiecken.

Betrachtet man das rechtwinklige Dreieck MEC , so gilt für den Sinus des Winkels SCB :

$$\sin 19,3^\circ = \frac{\overline{ME}}{\overline{EC}}$$

Da M der Mittelpunkt der Strecke $[SC]$ ist, ist $\overline{EC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{SC}$.

$$\sin 19,3^\circ = \frac{\overline{ME}}{\frac{1}{2} \cdot \overline{SC}}$$

$$\overline{ME} = \frac{1}{2} \cdot 94,4 \cdot \sin 19,3^\circ$$

$$\Rightarrow \overline{ME} \approx 15,6 \text{ m}$$

Flächeninhalt eines Kreises

Flächeninhalt von k bestimmen:

$$A = r^2 \cdot \pi$$

$$A = \overline{ME}^2 \cdot \pi$$

$$A = 15,6^2 \cdot \pi$$

$$\Rightarrow A \approx 764,5 \text{ m}^2$$