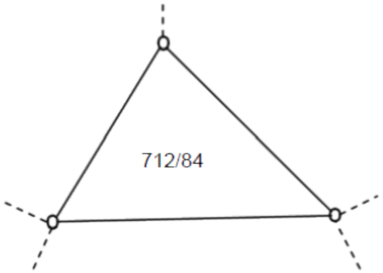
Mittlere-Reife-Prüfung 2011 Mathematik II Aufgabe A3

Aufgabe A3.1 (5 Punkte)

Frau Recht-Eck möchte ihr Grundstück mit der Flur-Nr. 712/84 (siehe nebenstehende Skizze), welches die Seitenlängen $60,00$ m, $70,00$ m und $80,00$ m hat, gegen ein rechteckiges Grundstück mit dem gleichen Flächeninhalt eintauschen.
Die Länge des rechteckigen Grundstücks soll $1,5$-mal so groß wie die Breite sein.

Berechnen Sie die Seitenlängen des rechteckigen Grundstücks. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

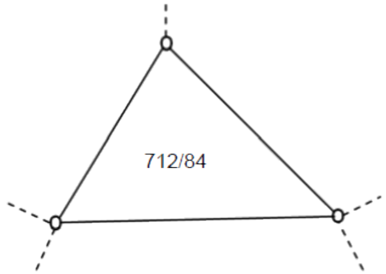


Lösung

Aufgabe A3.1 (5 Punkte)

Frau Recht-Eck möchte ihr Grundstück mit der Flur-Nr. 712/84 (siehe nebenstehende Skizze), welches die Seitenlängen $60,00$ m, $70,00$ m und $80,00$ m hat, gegen ein rechteckiges Grundstück mit dem gleichen Flächeninhalt eintauschen.
Die Länge des rechteckigen Grundstücks soll $1,5$-mal so groß wie die Breite sein.

Berechnen Sie die Seitenlängen des rechteckigen Grundstücks. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.



Lösung zu Aufgabe A3.1

Flächeninhalt eines Rechtecks

Seien a die Länge und b die Breite des neuen rechteckigen Grundstücks.

> Erläuterung: *Flächeninhalt eines Rechtecks*
>
> Der Flächeninhalt A eines Rechtecks mit der Länge a und der Breite b beträgt:
>
> $A = a \cdot b$

$A = a \cdot b$

Da die Länge a 1,5-mal so groß wie die Breite b ist, kann man schreiben:

$a = 1{,}5 \cdot b$

Erläuterung: *Einsetzen*

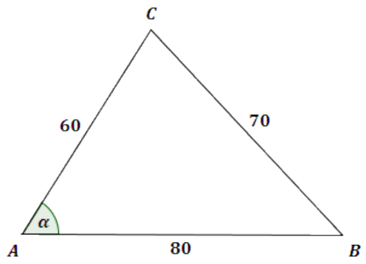
$a = 1{,}5 \cdot b$ wird in $A = a \cdot b$ eingesetzt.

$A = a \cdot b = 1{,}5 \cdot b \cdot b$

$\Rightarrow \quad A = 1{,}5 \cdot b^2$

Flächeninhalt eines Dreiecks

Das alte Grundstück hat die Fläche eines beliebigen Dreiecks mit den Seitenlängen $60{,}00$ m, $70{,}00$ m und $80{,}00$ m.



Erläuterung: *Flächeninhalt eines Dreiecks*

Sind in einem beliebigem Dreieck ABC zwei Seiten a und b und der Winkel α, der von beiden Seiten eingeschlossen wird, bekannt, so gilt für den Flächeninhalt A des Dreiecks:

$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin\alpha$$

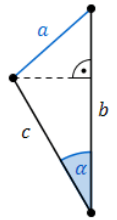
Beim alten Grundstück:

$a = 60{,}00$ m, $\quad b = 80{,}00$ m

$$A = \frac{1}{2} \cdot 60{,}00 \cdot 80{,}00 \cdot \sin\alpha$$

Der Winkel α wird mit dem Kosinussatz berechnet:

Erläuterung: *Kosinussatz*



Sind in einem beliebigen Dreieck zwei Seiten b und c und der von diesen Seiten eingeschlossene Winkel α gegeben, so kann der Kosinussatz angewendet werden:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\alpha$$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\alpha$

$70{,}00^2 = 60{,}00^2 + 80{,}00^2 - 2 \cdot 60{,}00 \cdot 80{,}00 \cdot \cos\alpha$

$4900 = 10000 - 9600 \cdot \cos\alpha \quad | \quad -10000$

$-5100 = -9600 \cdot \cos\alpha \quad | \quad :(-9600)$

$\cos\alpha = 0{,}53125 \quad | \quad \cos^{-1}$

$\Rightarrow \quad \alpha \approx 57{,}91^\circ$

$$A = \frac{1}{2} \cdot 60{,}00 \cdot 80{,}00 \cdot \sin 57{,}91^\circ \approx 2033{,}32 \text{ m}^2$$

Erläuterung: *Gleichsetzen*

Der Flächeninhalt vom neuen rechteckigen Grundstück wird mit dem Flächeninhalt vom alten dreieckigen Grundstück gleichgesetzt.

$1,5 \cdot b^2 = 2033,32 \qquad | \qquad : 1,5$

$b^2 = 1355,54 \qquad | \qquad \sqrt{\ }$

$b = \sqrt{1355,54}$

$\Rightarrow \qquad b \approx 36,82 \ \text{ m}$

Erläuterung: *Einsetzen*

$b = 36,82$ m wird in $a = 1,5 \cdot b$ eingesetzt.

$a = 1,5 \cdot b = 1,5 \cdot 36,82$

$\Rightarrow \qquad a = 55,23 \ \text{ m}$