Mittlere-Reife-Prüfung 2012 Mathematik II Aufgabe A3

Aufgabe A3.

Niger ist ein Staat in Westafrika. Zu Beginn des Jahres 2010 lebten dort etwa $15,5$ Millionen Menschen. Unter der Annahme einer gleichbleibenden jährlichen Wachstumsrate lässt sich die Einwohnerzahl y Millionen nach x Jahren näherungsweise durch die Funktion f mit der Gleichung $y = 15,5 \cdot 1,035^x$ mit $G = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ beschreiben.

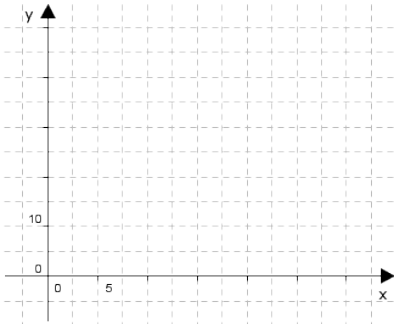
Aufgabe A3.1 (1 Punkt)

Um wie viel Prozent wächst nach dieser Annahme ab dem Jahresbeginn 2010 die Einwohnerzahl in Niger jährlich?

Aufgabe A3.2 (2 Punkte)

Ergänzen Sie die Wertetabelle auf eine Stelle nach dem Komma gerundet. Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f in das Koordinatensystem.

x	0	5	10	15	20	25	30
$15,5 \cdot 1,035^x$							



Aufgabe A3.3 (1 Punkt)

Geben Sie mithilfe des Graphen zu f an, nach wie vielen Jahren die Einwohnerzahl von Niger 25 Millionen betragen würde.

Aufgabe A3.4 (1 Punkt)

Berechnen Sie auf Millionen gerundet, wie viele Einwohner Niger bei gleich bleibender jährlicher Zuwachsrate zu Beginn des Jahres 2064 haben würde.

© Realschulrep.de

Lösung

Aufgabe A3.

Niger ist ein Staat in Westafrika. Zu Beginn des Jahres 2010 lebten dort etwa $15,5$ Millionen Menschen. Unter der Annahme einer gleichbleibenden jährlichen Wachstumsrate lässt sich die Einwohnerzahl y Millionen nach x Jahren näherungsweise durch die Funktion f mit der Gleichung $y = 15,5 \cdot 1,035^x$ mit $G = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ beschreiben.

Aufgabe A3.1 (1 Punkte)

Um wie viel Prozent wächst nach dieser Annahme ab dem Jahresbeginn 2010 die Einwohnerzahl in Niger jährlich?

Lösung zu Aufgabe A3.1

Exponentielles Wachstum

Gegeben: $y = 15,5 \cdot 1,035^x$

Die jährliche, prozentuale Zuwachsrate b' ist aus der Funktionsgleichung ablesbar.

Erläuterung: *Prozentuale Zuwachsrate*

Allgemeine Wachstumsfunktion:

$y = a \cdot b^x$

$a =$ Anfangsbestand, $b =$ Änderungsrate (> 1 bei Wachstum)

Prozentualer Zuwachs $= (b - 1) \cdot 100$

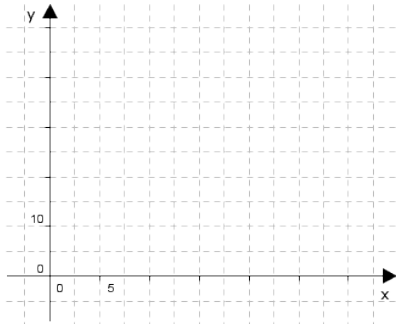
$b' = 1,035 - 1 = 0,035 \quad | \quad \cdot 100$

$b' = 3,5\%$

Aufgabe A3.2 (2 Punkte)

Ergänzen Sie die Wertetabelle auf eine Stelle nach dem Komma gerundet. Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f in das Koordinatensystem.

x	0	5	10	15	20	25	30
$15,5 \cdot 1,035^x$							

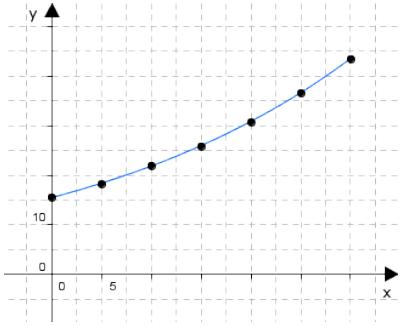


Lösung zu Aufgabe A3.2

Wertetabelle

x	0	5	10	15	20	25	30
$15,5 \cdot 1,035^x$	15,5	18,4	21,9	26,0	30,8	36,6	43,5

Skizze

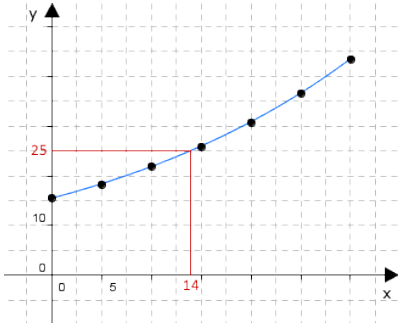


Aufgabe A3.3 (1 Punkte)

Geben Sie mithilfe des Graphen zu f an, nach wie vielen Jahren die Einwohnerzahl von Niger 25 Millionen betragen würde.

Lösung zu Aufgabe A3.3

Skizze



Nach ungefähr 14 Jahren beträgt die Einwohnerzahl von Niger 25 Millionen.

Aufgabe A3.4 (1 Punkte)

Berechnen Sie auf Millionen gerundet, wie viele Einwohner Niger bei gleich bleibender jährlicher Zuwachsrate zu Beginn des Jahres 2064 haben würde.

Lösung zu Aufgabe A3.4

Exponentielles Wachstum

Gegeben: $y = 15,5 \cdot 1,035^x$

Der Ausgangszeitpunkt ist laut Angabe das Jahr 2010.

$\Rightarrow$ 2010 : $x = 0$

Erläuterung: *Erläuterung*

Von 2010 bis 2064 sind genau 54 Jahre vergangen.

2064 : $x = 2064 - 2010 = 54$

Erläuterung: *Einsetzen*

$x = 54$ wird in die Gleichung $y = 15,5 \cdot 1,035^x$ eingesetzt.

$y = 15,5 \cdot 1,035^{54} \approx 99,337$

$y \approx 99$

Antwort:

Niger würde ca. 99 Millionen Einwohner zu Beginn des Jahres 2064 haben.

© Realschulrep.de