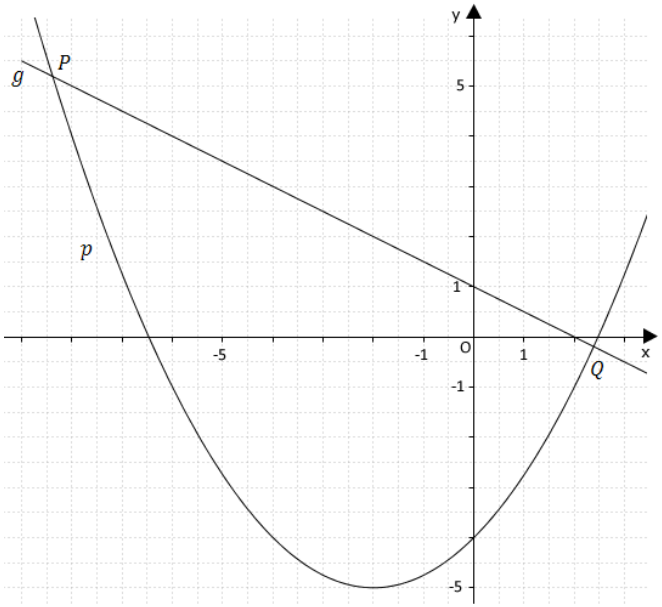
# Mittlere-Reife-Prüfung 2013 Mathematik II Aufgabe A2

**Aufgabe A2.**

Die Parabel $p$ mit dem Scheitel $S(-2|-5)$ hat eine Gleichung der Form $y = 0,25x^2 + bx + c$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $b, c \in \mathbb{R}$. Die Gerade $g$ hat die Gleichung $y = -0,5x + 1$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.




**Aufgabe A2.1** (1 Punkt)

Zeigen Sie durch Rechnung, dass die Parabel $p$ die Gleichung $y = 0,25x^2 + x - 4$ hat.

**Aufgabe A2.2** (3 Punkte)

Die Gerade $g$ schneidet die Parabel $p$ in den Punkten $P$ und $Q$.
Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte $P$ und $Q$.





**Aufgabe A2.3** (2 Punkte)

Punkte $A_n\left(x|0,25x^2 + x - 4\right)$ auf der Parabel $p$ und Punkte $B_n(x|-0,5x + 1)$ auf der Geraden $g$ haben dieselbe Abszisse $x$ und sind für $-8,39 < x < 2,39$ zusammen mit Punkten $C_n$ die Eckpunkte von Dreiecken $A_n\,B_n\,C_n$. Die Punkte $C_n$ liegen auf der Geraden $g$, wobei die Abszisse der Punkte $C_n$ um 3 kleiner ist als die Abszisse $x$ der Punkte $A_n$ und $B_n$. Zeichnen Sie für $x_1 = -4$ das Dreieck $A_1\,B_1\,C_1$ und für $x_2 = 1$ das Dreieck $A_2\,B_2\,C_2$ in das Koordinatensystem zu 2.0 ein.

**Aufgabe A2.4** (1 Punkt)

Zeigen Sie, dass für die Punkte $C_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse $x$ der Punkte $A_n$ und $B_n$ gilt: $C_n(x-3|-0,5x + 2,5)$

**Aufgabe A2.5** (2 Punkte)

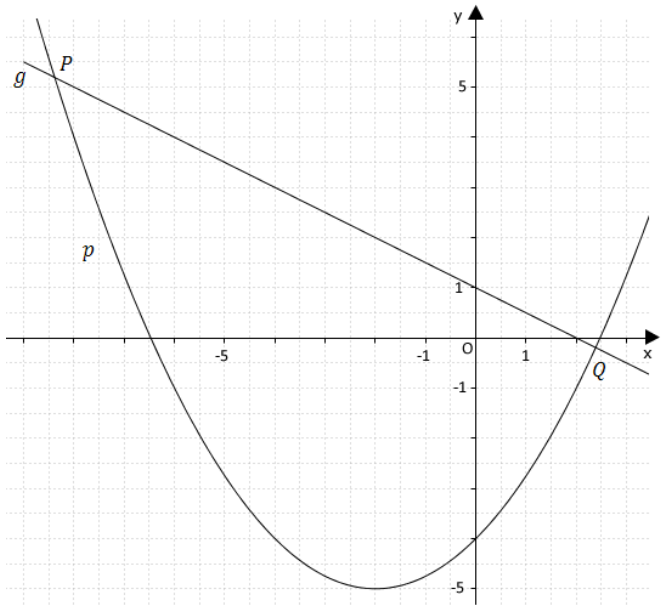
In allen Dreiecken $A_n\,B_n\,C_n$ haben die Winkel $C_n\,B_n\,A_n$ das gleiche Maß.
Berechnen Sie das Maß der Winkel $C_n\,B_n\,A_n$.

© Realschulrep.de

# Lösung

## Aufgabe A2.

Die Parabel $p$ mit dem Scheitel $S(-2|-5)$ hat eine Gleichung der Form $y = 0,25x^2 + bx + c$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $b, c \in \mathbb{R}$. Die Gerade $g$ hat die Gleichung $y = -0,5x + 1$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.




## Aufgabe A2.1 (1 Punkte)

Zeigen Sie durch Rechnung, dass die Parabel $p$ die Gleichung $y = 0,25x^2 + x - 4$ hat.





## Lösung zu Aufgabe A2.1

***Parameterwerte ermitteln***

Gegeben: $S(-2|-5)$ ; $p : y = 0,25x^2 + bx + c$

Zu beweisen: $p : y = 0,25x^2 + x - 4$

Erläuterung: *Scheitelform der Parabel*

Eine Parabel der Form $y = ax^2 + bx + c$ kann auch in Scheitelform geschrieben werden: $y = a(x - x_0)^2 + y_0$ mit dem Scheitel $S(x_0|y_0)$

$a$ ist bereits bekannt, $b$ und $c$ sind noch unbekannt.

$p : y = 0,25x^2 + bx + c = 0,25(x - x_0)^2 + y_0$

Erläuterung: *Punktkoordinaten*

Aus dem Graphen werden die Koordinaten des Scheitelpunktes abgelesen.

$S(-2|-5)$

Einsetzten des Scheitelpunkts $S(-2|-5)$:

$p : y = 0,25(x - (-2))^2 + (-5)$

$p : y = 0,25(x + 2)^2 - 5$

Erläuterung: *Binomische Formel*

Erste binomische Formel: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$p : y = 0,25(x^2 + 4x + 4) - 5$

$p : y = 0,25x^2 + x + 1 - 5$

$p : y = 0,25x^2 + x - 4$

© Realschulrep.de

**Aufgabe A2.2** (3 Punkte)

Die Gerade $g$ schneidet die Parabel $p$ in den Punkten $P$ und $Q$.
Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte $P$ und $Q$.

**Lösung zu Aufgabe A2.2**

***Schnittpunkt zweier Funktionen***

Gegeben: $g: y = -0,5x + 1$ ; $p: y = 0,25x^2 + x - 4$

Gesucht: $g \cap p$ (Schnittpunkte von $g$ und $p$)

Erläuterung: *Schnittpunkt zweier Funktionsgraphen*

Schema füur das Bestimmen der x-Koordinate der Schnittpunkte zweier Funktionen:

1. Funktionsgleichungen gleich setzen.

2. Gleichung nach $x$ auflösen.

$-0,5x + 1 = 0,25x^2 + x - 4 \quad | + 0,5x - 1$

$0,25x^2 + 1,5x - 5 = 0$

$\Rightarrow \quad a = 0,25$ ; $b = 1,5$ ; $c = -5$

Erläuterung: *Mitternachtsformel - Lösungsformel für quadratische Gleichungen*

Die Nullstellen einer quadratischen Gleichung kannst du, unter anderem, mit der Mitternachtsformel bestimmen.

$a\,x^2 + b\,x + c = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$

$$x_{1,2} = \frac{-1,5 \pm \sqrt{1,5^2 - 4 \cdot 0,25 \cdot (-5)}}{2 \cdot 0,25}$$
$$x_{1,2} = \frac{-1,5 \pm \sqrt{2,25 + 5}}{0,5}$$
$$x_{1,2} = 2\left(-1,5 \pm \sqrt{7,25}\right)$$
$$x_{1,2} = -3 \pm 2 \cdot \sqrt{7,25}$$





$x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{2^2 \cdot 7,25}$

$x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{29} \Rightarrow \{ \begin{array}{ll} x_1 = & -8,39 \\ x_2 = & 2,39 \end{array}$

Erläuterung: *Funktionswert*

Die y- Koordinaten der Schnittpunkte werden berechnet, indem $x_1 = -8,38$ und $x_2 = 2,39$ in die Geradengleichung $g: y = -0,5x + 1$ eingesetzt werden.

y-Koordinaten:

$y_1 = g(x_1) = -0,5 \cdot -8,39 + 1 = 5,20$

$y_2 = g(x_2) = -0,5 \cdot 2,39 + 1 = -0,20$

$\Rightarrow \quad$ P$(-8,39|5,20)$ ; Q$(2,39|-0,20)$

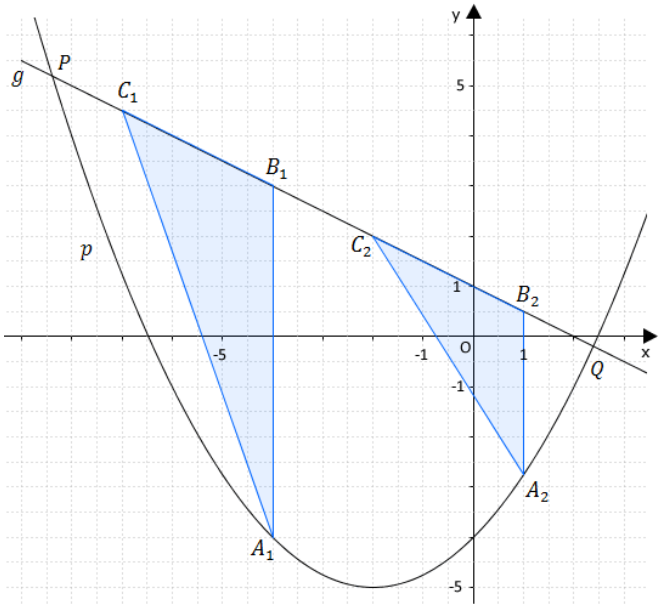
**Aufgabe A2.3** (2 Punkte)

Punkte $A_n\left(x|0,25x^2 + x - 4\right)$ auf der Parabel $p$ und Punkte $B_n(x|-0,5x + 1)$ auf der Geraden $g$ haben dieselbe Abszisse $x$ und sind für $-8,39 < x < 2,39$ zusammen mit Punkten $C_n$ die Eckpunkte von Dreiecken $A_n\,B_n\,C_n$. Die Punkte $C_n$ liegen auf der Geraden $g$, wobei die Abszisse der Punkte $C_n$ um 3 kleiner ist als die Abszisse $x$ der Punkte $A_n$ und $B_n$. Zeichnen Sie für $x_1 = -4$ das Dreieck $A_1\,B_1\,C_1$ und für $x_2 = 1$ das Dreieck $A_2\,B_2\,C_2$ in das Koordinatensystem zu 2.0 ein.

**Lösung zu Aufgabe A2.3**

***Skizze***

© Realschulrep.de




**Aufgabe A2.4** (1 Punkte)

Zeigen Sie, dass für die Punkte $C_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse $x$ der Punkte $A_n$ und $B_n$ gilt: $C_n(x-3|-0,5x+2,5)$

**Lösung zu Aufgabe A2.4**

***Koordinaten von Punkten ermitteln***

Gegeben:

$A_n\ \left(x|0,25x^2+x-4\right)$

$g: y=-0,5x+1$

$C_n$ liegen auf $g$ und Abszissen sind um 3 kleiner als Abszissen der Punkte $A_n$.





Erläuterung: *Punktkoordinaten*

$C_n$ liegt auf der Geraden $g$ ($C_n \in g$) und für die $x$- Koordinate gilt: $x_C = x_A - 3$ somit ist $x_C = x - 3$.

$\Rightarrow \quad x_C = x - 3$

Erläuterung: *Einsetzen*

Durch Einsetzen der $x$- Koordinate $x_C = x - 3$ in die Geradengleichung $g: y = -0,5x + 1$ erhält man die $y$- Koordinate.

$y_C = g(x-3)$

$y_C = -0,5(x-3)+1 = -0,5x+1,5+1 = -0,5x+2,5$

$\Rightarrow \quad C_n\ (x-3|-0,5x+2,5)$

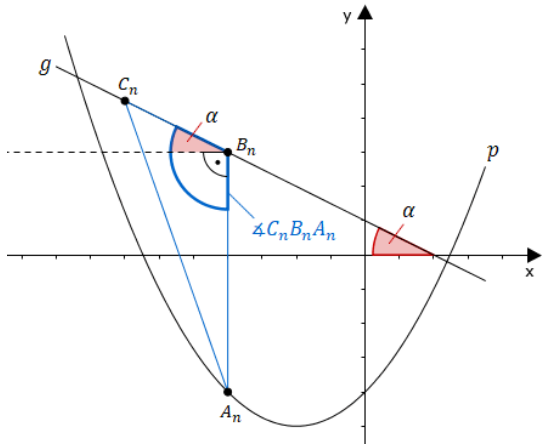
**Aufgabe A2.5** (2 Punkte)

In allen Dreiecken $A_n\,B_n\,C_n$ haben die Winkel $C_n\,B_n\,A_n$ das gleiche Maß. Berechnen Sie das Maß der Winkel $C_n\,B_n\,A_n$.

**Lösung zu Aufgabe A2.5**

***Winkel bestimmen***

© Realschulrep.de




$g : y = -0,5x + 1$

Erläuterung: *Steigung einer Geraden*

Die Steigung $m$ einer Geraden entspricht dem Tangens des Winkels $\alpha$ der die Gerade mit der (positiven) x-Achse einschließt.

$\tan \alpha = m$

$\tan \alpha = -0,5$

Erläuterung: *Erläuterung*

Der Wert den der Taschenrechner ausgbit ist negativ.
Für das Weiterrechnen wird der postive Wert verwendet.

$\alpha = \tan^{-1}(-0,5) = 26,57°$

Erläuterung: *Erläuterung*

Da die Strecke $[A_n\,B_n]$ parallel zur y-Achse verläuft, entspricht der Winkel $\measuredangle C_n\,B_n\,A_n$ dem Winkel $\alpha$ zwischen $g$ und der y-Achse plus 90° (siehe Skizze).





$\measuredangle C_n\,B_n\,A_n = \alpha + 90° = 26,57° + 90° = 116,57°$

© Realschulrep.de