Mittlere-Reife-Prüfung 2015 Mathematik I Aufgabe A3

Aufgabe A3.

Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = \log_2(x+2)+1$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

Aufgabe A3.1 (1 Punkt)

Geben Sie die Definitionsmenge der Funktion f_1 an.

Aufgabe A3.2 (2 Punkte)

Bestimmen Sie die nach y aufgelöste Gleichung der Umkehrfunktion zu f_1.

Aufgabe A3.3 (2 Punkte)

Der Graph der Funktion f_2 hat eine Gleichung der Form $y = \log_2(-x+a)+3$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$; $a \in \mathbb{R}$) und schneidet den Graphen der Funktion f_1 auf der y-Achse.
Bestimmen Sie den zugehörigen Wert für a.

Lösung

Aufgabe A3.

Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = \log_2(x+2)+1$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

Aufgabe A3.1 (1 Punkte)

Geben Sie die Definitionsmenge der Funktion f_1 an.

Lösung zu Aufgabe A3.1

Definitionsmenge einer Funktion

$f_1 : y = \log_2(x+2)+1$

Erläuterung: *Logarithmus*

Die Logarithmusfunktion $\log_2(x+2)+1$ ist nur für positive Werte definiert. Man untersucht somit für welche x-Werte gilt: $x+2>0$.

$x+2>0 \qquad |-2$

$x>-2$

$D =]-2;\infty[$

Aufgabe A3.2 (2 Punkte)

Bestimmen Sie die nach y aufgelöste Gleichung der Umkehrfunktion zu f_1.

Lösung zu Aufgabe A3.2

Umkehrfunktion bestimmen

$f_1 : y = \log_2(x+2)+1$

© Realschulrep.de

Erläuterung: *Umkehrfunktion*

Die Umkehrfunktion wird bestimmt indem man x und y vertauscht und anschließend nach y auflöst.

$x = \log_2(y+2)+1$

$x = \log_2(y+2)+1 \qquad | -1$

$x-1 = \log_2(y+2) \qquad | 2^x$

Erläuterung: *Entlogarithmieren*

Der Logarithmus $\log_2$ kann durch die Exponentialfunktion 2^x aufgehoben werden.

Beispiel: $\log_2 x = 3 \iff 2^{\log_2 x} = 2^3 \iff x = 8$

$2^{x-1} = y+2 \qquad | -2$

$y = 2^{x-1}-2$

$\Rightarrow$ Die Umkehfunktion lautet $f^{-1}: y = 2^{x-1}-2$

Aufgabe A3.3 (2 Punkte)

Der Graph der Funktion f_2 hat eine Gleichung der Form $y = \log_2(-x+a)+3$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R}\times\mathbb{R}$; $a \in \mathbb{R}$) und schneidet den Graphen der Funktion f_1 auf der y-Achse.
Bestimmen Sie den zugehörigen Wert für a.

Lösung zu Aufgabe A3.3

Schnittpunkt zweier Funktionen

Schnittpunkt bestimmen:

Erläuterung: *Schnittpunkt mit der x-Achse*

Schneidet den Graphen auf der y-Achse $\Rightarrow$ $x = 0$

$f_1(0) = \log_2(0+2)+1 = \underbrace{\log_2(2)}_{1}+1 = 2$

(0|2) Schnittpunkt

a bestimmen:

$2 = \log_2(-0+a)+3 \qquad | -3$

$-1 = \log_2(a) \qquad | 2^x$

$a = 2^{-1} = \frac{1}{2} = 0,5$

© Realschulrep.de