

Mittlere-Reife-Prüfung 2015 Mathematik I Aufgabe A3

Aufgabe A3.

Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = \log_2(x + 2) + 1$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

Aufgabe A3.1 (1 Punkt)

Geben Sie die Definitionsmenge der Funktion f_1 an.

Aufgabe A3.2 (2 Punkte)

Bestimmen Sie die nach y aufgelöste Gleichung der Umkehrfunktion zu f_1 .

Aufgabe A3.3 (2 Punkte)

Der Graph der Funktion f_2 hat eine Gleichung der Form $y = \log_2(-x + a) + 3$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$; $a \in \mathbb{R}$) und schneidet den Graphen der Funktion f_1 auf der y -Achse.

Bestimmen Sie den zugehörigen Wert für a .

Lösung

Aufgabe A3.

Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = \log_2(x + 2) + 1$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

Aufgabe A3.1 (1 Punkte)

Geben Sie die Definitionsmenge der Funktion f_1 an.

Lösung zu Aufgabe A3.1

Definitionsmenge einer Funktion

$$f_1 : y = \log_2(x + 2) + 1$$

Erläuterung: *Logarithmus*

Die Logarithmusfunktion $\log_2(x + 2) + 1$ ist nur für positive Werte definiert. Man untersucht somit für welche x -Werte gilt: $x + 2 > 0$.

$$x + 2 > 0 \quad | - 2$$

$$x > -2$$

$$D =] - 2; \infty[$$

Aufgabe A3.2 (2 Punkte)

Bestimmen Sie die nach y aufgelöste Gleichung der Umkehrfunktion zu f_1 .

Lösung zu Aufgabe A3.2

Umkehrfunktion bestimmen

$$f_1 : y = \log_2(x + 2) + 1$$

Erläuterung: *Umkehrfunktion*

Die Umkehrfunktion wird bestimmt indem man x und y vertauscht und anschließend nach y auflöst.

$$x = \log_2(y + 2) + 1$$

$$x = \log_2(y + 2) + 1 \quad | -1$$

$$x - 1 = \log_2(y + 2) \quad | 2^x$$

Erläuterung: *Entlogarithmieren*

Der Logarithmus \log_2 kann durch die Exponentialfunktion 2^x aufgehoben werden.

$$\text{Beispiel: } \log_2 x = 3 \quad \Leftrightarrow \quad 2^{\log_2 x} = 2^3 \quad \Leftrightarrow \quad x = 8$$

$$2^{x-1} = y + 2 \quad | -2$$

$$y = 2^{x-1} - 2$$

\Rightarrow Die Umkehrfunktion lautet $f^{-1}: y = 2^{x-1} - 2$

Aufgabe A3.3 (2 Punkte)

Der Graph der Funktion f_2 hat eine Gleichung der Form $y = \log_2(-x + a) + 3$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$; $a \in \mathbb{R}$) und schneidet den Graphen der Funktion f_1 auf der y -Achse.

Bestimmen Sie den zugehörigen Wert für a .

Lösung zu Aufgabe A3.3

Schnittpunkt zweier Funktionen

Schnittpunkt bestimmen:

Erläuterung: *Schnittpunkt mit der x-Achse*

Schneidet den Graphen auf der y -Achse $\Rightarrow x = 0$

$$f_1(0) = \log_2(0 + 2) + 1 = \underbrace{\log_2(2)}_1 + 1 = 2$$

(0|2) Schnittpunkt

a bestimmen:

$$2 = \log_2(-0 + a) + 3 \quad | -3$$

$$-1 = \log_2(a) \quad | 2^x$$

$$a = 2^{-1} = \frac{1}{2} = 0,5$$