

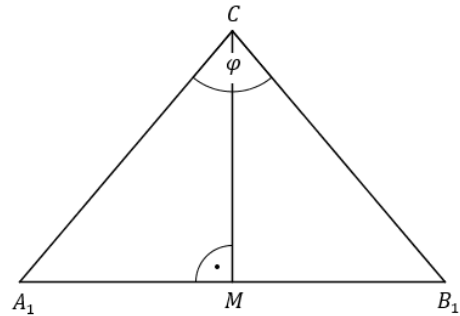
## Mittlere-Reife-Prüfung 2016 Mathematik I Aufgabe A1

### Aufgabe A1.

Die gleichschenkligen Dreiecke  $A_n B_n C$  haben die Basen  $[A_n B_n]$  und die gemeinsame Höhe  $[CM]$ .

Die Winkel  $A_n C B_n$  haben das Maß  $\varphi$  mit  $\varphi \in ]0^\circ; 180^\circ[$ .

Es gilt:  $CM = 5$  cm.



Die Zeichnung zeigt das Dreieck  $A_1 B_1 C$  für  $\varphi = 80^\circ$ .

#### Aufgabe A1.1 (1 Punkt)

Zeichnen Sie das Dreieck  $A_2 B_2 C$  für  $\varphi = 50^\circ$  in die Zeichnung zu A 1. ein.

#### Aufgabe A1.2 (2 Punkte)

Zeigen Sie, dass für den Flächeninhalt  $A$  der Dreiecke  $A_n B_n C$  in Abhängigkeit von  $\varphi$  gilt:

$$A(\varphi) = 25 \cdot \tan \frac{\varphi}{2} \text{ cm}^2.$$

#### Aufgabe A1.3 (2 Punkte)

Der Flächeninhalt des Dreiecks  $A_3 B_3 C$  ist um 25% größer als der Flächeninhalt des Dreiecks  $A_2 B_2 C$ . Berechnen Sie das Maß  $\varphi$  des Winkels  $A_3 C B_3$  des Dreiecks  $A_3 B_3 C$  auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

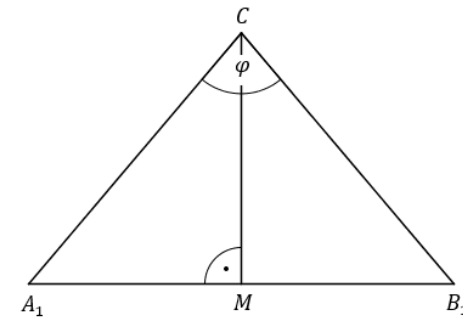
## Lösung

### Aufgabe A1.

Die gleichschenkligen Dreiecke  $A_n B_n C$  haben die Basen  $[A_n B_n]$  und die gemeinsame Höhe  $[CM]$ .

Die Winkel  $A_n C B_n$  haben das Maß  $\varphi$  mit  $\varphi \in ]0^\circ; 180^\circ[$ .

Es gilt:  $CM = 5$  cm.



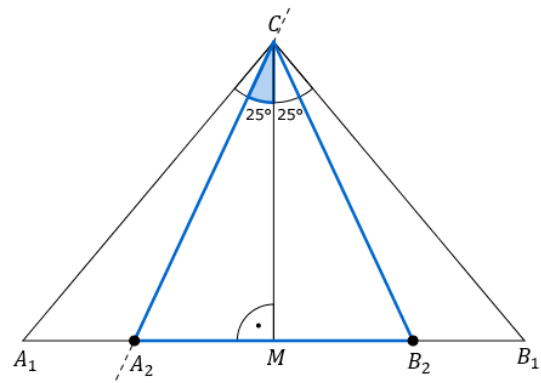
Die Zeichnung zeigt das Dreieck  $A_1 B_1 C$  für  $\varphi = 80^\circ$ .

#### Aufgabe A1.1 (1 Punkte)

Zeichnen Sie das Dreieck  $A_2 B_2 C$  für  $\varphi = 50^\circ$  in die Zeichnung zu A 1. ein.

#### Lösung zu Aufgabe A1.1

#### Skizze

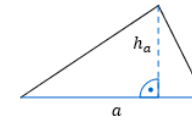
**Aufgabe A1.2** (2 Punkte)

Zeigen Sie, dass für den Flächeninhalt  $A$  der Dreiecke  $A_n B_n C$  in Abhängigkeit von  $\varphi$  gilt:  $A(\varphi) = 25 \cdot \tan \frac{\varphi}{2} \text{ cm}^2$ .

Lösung zu Aufgabe A1.2**Flächeninhalt eines Dreiecks**

Flächeninhalt  $A$  in Abhängigkeit von  $\varphi$ :

Erläuterung: *Flächeninhalt eines Dreiecks*



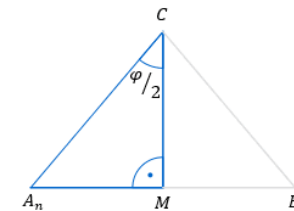
Der Flächeninhalt eines Dreiecks ist stets gegeben durch:

$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$$

$h_a$  ist die zur (Grund-)Seite  $a$  zugehörige Höhe.

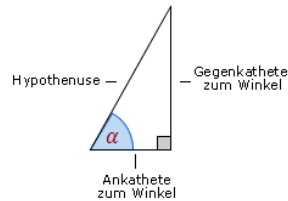
$$A(\varphi) = \frac{1}{2} \cdot \overline{A_n B_n} \cdot \overline{MC}$$

$$A(\varphi) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \overline{A_n M} \cdot 5$$



Betrachtet wird das rechtwinklige Dreieck  $\triangle A_n M C$ :

Erläuterung: *Tangens eines Winkels*



Der Tangens eines Winkels  $\alpha$  ist ein Seitenverhältnis.

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete zu } \alpha}{\text{Ankathete zu } \alpha}$$

Gilt nur in rechtwinkligen Dreiecken.

In diesem Fall ist  $\overline{A_n M}$  Gegenkathete und  $\overline{M C}$  Ankathete zum Winkel  $\varphi$ .

$$\tan \frac{\varphi}{2} = \frac{\overline{A_n M}}{5} \quad \Rightarrow \quad \overline{A_n M} = 5 \cdot \tan \frac{\varphi}{2}$$

Einsetzen von  $\overline{A_n M}$  in  $A(\varphi)$ :

$$A(\varphi) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \tan \frac{\varphi}{2} = 25 \cdot \tan \frac{\varphi}{2}$$

### Aufgabe A1.3 (2 Punkte)

Der Flächeninhalt des Dreiecks  $A_3 B_3 C$  ist um 25% größer als der Flächeninhalt des Dreiecks  $A_2 B_2 C$ . Berechnen Sie das Maß  $\varphi$  des Winkels  $A_3 C B_3$  des Dreiecks  $A_3 B_3 C$  auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

### Lösung zu Aufgabe A1.3

#### *Winkel bestimmen*

$$A_{\Delta A_2 B_2 C} = 25 \cdot \tan 25^\circ$$

$$A_{\Delta A_3 B_3 C} = 25 \cdot \tan \frac{\varphi}{2} \quad (\text{s. Teilaufgabe 1.2})$$

Erläuterung: *Prozentrechnung*

Der Flächeninhalt ( $Y$ ) des Dreiecks  $A_3 B_3 C$  ist um 25% größer als der Flächeninhalt ( $X$ ) des Dreiecks  $A_2 B_2 C$ .

$$Y = X + 0,25 \cdot X = (1 + 0,25) \cdot X = 1,25 \cdot X$$

$$A_{\Delta A_3 B_3 C} = 1,25 \cdot A_{\Delta A_2 B_2 C}$$

$$25 \cdot \tan \frac{\varphi}{2} = 1,25 \cdot 25 \cdot \tan 25^\circ \quad : 25$$

$$\tan \frac{\varphi}{2} = 1,25 \cdot \tan 25^\circ \quad |\tan^{-1}$$

Erläuterung: *Winkel berechnen*

Um den Winkel  $\frac{\varphi}{2}$  aus  $1,25 \cdot \tan 25^\circ$  zu bestimmen, wird im Taschenrechner (TR) folgendes eingegeben:

$$\text{TR: } 1,25 \cdot \tan 25^\circ \rightarrow \text{SHIFT} \rightarrow \tan$$

$$\frac{\varphi}{2} = \tan^{-1} (1,25 \cdot \tan 25^\circ)$$

$$\Rightarrow \varphi \approx 60,47^\circ$$