

Mittlere-Reife-Prüfung 2018 Mathematik I Aufgabe A3

Aufgabe A3.

Gegeben sind Dreiecke AB_nC mit der Seitenlänge $\overline{AC} = 4$ cm.

Die Winkel B_nAC haben das Maß α mit $\alpha \in]0^\circ; 60^\circ[$.

Das Maß der Winkel ACB_n ist doppelt so groß wie das Maß der Winkel B_nAC .

Aufgabe A3.1 (1 Punkt)

Ergänzen Sie die Zeichnung zum Dreieck AB_1C für $\alpha = 50^\circ$.



Aufgabe A3.2 (2 Punkte)

Bestimmen Sie die Länge der Strecken $[B_nC]$ in Abhängigkeit von α und vereinfachen Sie mithilfe einer Supplementbeziehung.

Aufgabe A3.3 (2 Punkte)

Das Dreieck AB_2C ist gleichschenkelig mit der Basis $[AB_2]$.

Begründen Sie, dass das Dreieck AB_2C rechtwinklig ist.

Lösung

Aufgabe A3.

Gegeben sind Dreiecke AB_nC mit der Seitenlänge $\overline{AC} = 4$ cm.

Die Winkel B_nAC haben das Maß α mit $\alpha \in]0^\circ; 60^\circ[$.

Das Maß der Winkel ACB_n ist doppelt so groß wie das Maß der Winkel B_nAC .

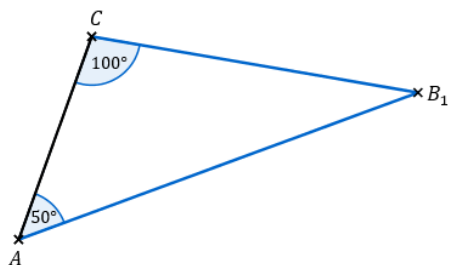
Aufgabe A3.1 (1 Punkte)

Ergänzen Sie die Zeichnung zum Dreieck AB_1C für $\alpha = 50^\circ$.



Lösung zu Aufgabe A3.1

Skizze



Erläuterung: *Einzeichnen*

- Antragen des Winkels $\alpha = 50^\circ$ am Punkt A .
- Antragen des Winkels $\gamma = 100^\circ$ am Punkt C .
- Der Schnittpunkt der beiden Winkelschenkel ergibt den Punkt B .

Aufgabe A3.2 (2 Punkte)

Bestimmen Sie die Länge der Strecken $[B_n C]$ in Abhängigkeit von α und vereinfachen Sie mithilfe einer Supplementbeziehung.

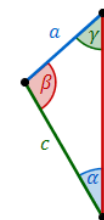
Lösung zu Aufgabe A3.2

Länge einer Strecke

Gegeben: $\overline{AC} = 4$ cm

Gesucht: $\overline{B_n C}$

Erläuterung: *Sinussatz*



In jedem Dreieck haben die Quotienten aus der Länge einer Seite und dem Sinuswert ihres Gegenwinkels denselben Wert. Es gilt:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Anders formuliert:

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \quad \frac{a}{c} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} \quad \frac{b}{c} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}$$

Im Dreieck AB_nC gilt somit: $\frac{\overline{B_n C}}{\overline{AC}} = \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 3\alpha)}$

$$\frac{\overline{B_n C}}{4} = \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 3\alpha)}$$

Erläuterung: *Supplementbeziehung*

Die Supplementbeziehung $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ angewendet ergibt:

$$\sin(180^\circ - 3\alpha) = \sin 3\alpha$$

$$\frac{\overline{B_n C}}{4} = \frac{\sin \alpha}{\sin(3\alpha)} \cdot 4$$

$$\overline{B_n C} = \frac{4 \cdot \sin \alpha}{\sin(3\alpha)} \text{ cm}$$

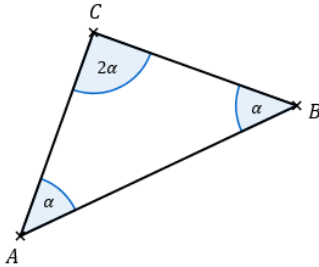
Aufgabe A3.3 (2 Punkte)

Das Dreieck AB_2C ist gleichschenkelig mit der Basis $[AB_2]$.
Begründen Sie, dass das Dreieck AB_2C rechtwinklig ist.

Lösung zu Aufgabe A3.3**Begründung**

Gegeben: $\angle BAC = \alpha$ und $\angle ACB = 2\alpha$

Die Betrachtung einer Skizze liefert folgendes Bild:



Erläuterung: *Erläuterung*

Da das Dreieck AB_2C gleichschenkelig mit der Basis $[AB]$ ist gilt:
 $\angle BAC = \angle CBA = \alpha$

$$\alpha + \alpha + 2\alpha = 180^\circ$$

$$4\alpha = 180^\circ \quad | : 4$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\Rightarrow 2\alpha = 90^\circ$$

Somit ist das Dreieck AB_2C rechtwinklig.