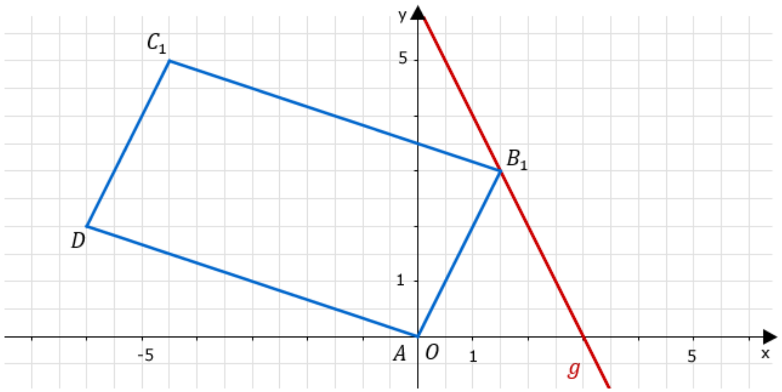
Mittlere-Reife-Prüfung 2023 Mathematik I Aufgabe A1

Aufgabe A1.

Punkte B_n liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y = -2x + 6$ $(x, y \in \mathbb{R})$. Die Pfeile $\overrightarrow{\mathrm{AB}_n}(x) = \begin{pmatrix} x \\ -2x+6 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{\mathrm{AD}} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}$ mit $A(0|0)$ spannen zusammen mit Punkten C_n für $x < 3,6$ Parallelogramme $\mathrm{AB}_n\mathrm{C}_n\mathrm{D}$ auf.
In das Koordinatensystem sind die Gerade g sowie das Parallelogramm $\mathrm{AB}_1\mathrm{C}_1\mathrm{D}$ für $x = 1,5$ eingezeichnet.



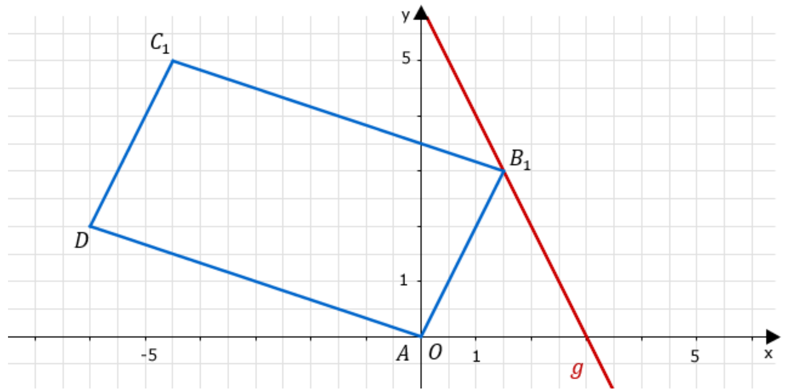
Aufgabe A1.1 (2.5 Punkte)

Überprüfen Sie rechnerisch, ob das Parallelogramm $\mathrm{AB}_1\mathrm{C}_1\mathrm{D}$ ein Rechteck ist.

Lösung

Aufgabe A1.

Punkte B_n liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y = -2x + 6$ $(x, y \in \mathbb{R})$. Die Pfeile $\overrightarrow{\mathrm{AB}_n}(x) = \begin{pmatrix} x \\ -2x+6 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{\mathrm{AD}} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}$ mit $A(0|0)$ spannen zusammen mit Punkten C_n für $x < 3,6$ Parallelogramme $\mathrm{AB}_n\mathrm{C}_n\mathrm{D}$ auf.
In das Koordinatensystem sind die Gerade g sowie das Parallelogramm $\mathrm{AB}_1\mathrm{C}_1\mathrm{D}$ für $x = 1,5$ eingezeichnet.



Aufgabe A1.1 (2.5 Punkte)

Überprüfen Sie rechnerisch, ob das Parallelogramm $\mathrm{AB}_1\mathrm{C}_1\mathrm{D}$ ein Rechteck ist.

Lösung zu Aufgabe A1.1

Eigenschaften eines Parallelogramms

Gegeben: $\overrightarrow{\mathrm{AB}_n}(x) = \begin{pmatrix} x \\ -2x+6 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{\mathrm{AD}} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}$

Gesucht: $\alpha = 90°$, da es sich dann um ein Rechteck handeln würde.

Erläuterung: *Senkrechte Vektoren*

Das Skalarprodukt zwischen zwei Vektoren, die senkrecht zueinander stehen, ist gleich Null.

$$\overrightarrow{AB_1} = \begin{pmatrix} 1,5 \\ -2 \cdot (1,5) + 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB_1} \circ \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 1,5 \\ 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix} = 1,5 \cdot (-6) + 3 \cdot 2 = -3 \neq 0$$

$\Rightarrow \quad \alpha \neq 90°$

$\Rightarrow$ Das Parallelogramm AB_1C_1D ist kein Rechteck.